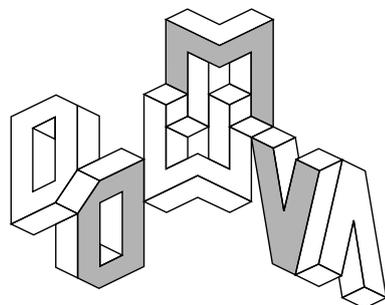


# Deutsche Mathematiker-Vereinigung



**Jahrestagung 2003**  
14.-19. September in Rostock

---

Vortragsauszüge

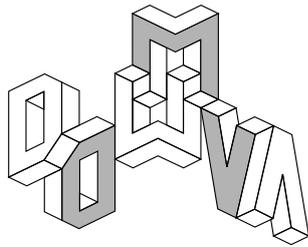
---







# Deutsche Mathematiker-Vereinigung



JAHRESTAGUNG 2003

14.-19. September

UNIVERSITÄT ROSTOCK  
Fachbereich Mathematik

**Herausgeber:** Prof. Dr. G. Wildenhain  
Universität Rostock  
Fachbereich Mathematik

**Redaktion:** Prof. Dr. H.-D. Gronau

# Inhaltsverzeichnis

<b>Plenarvorträge</b>	<b>3</b>
<b>Sektionen</b>	<b>9</b>
1: Mathematische Logik und Theoretische Informatik . . . . .	9
2: Algebra, Computeralgebra und Zahlentheorie . . . . .	11
3: Diskrete Mathematik und Optimierung . . . . .	21
4: Komplexe Analysis und Algebraische Geometrie . . . . .	27
5: Geometrie . . . . .	31
6: Differentialgeometrie, Geometrische Analysis . . . . .	41
7: Mathematische Physik . . . . .	45
8: Numerik, Wissenschaftliches Rechnen, Visualisierung . . . . .	53
9: Differentialgleichungen, Dynamische Systeme . . . . .	61
10: Partielle Differentialgleichungen, Variationsrechnung . . . . .	65
11: Funktionalanalysis, Operatoralgebra, Topologie . . . . .	77
12: Stochastik . . . . .	81
13: Didaktik . . . . .	89
14: Geschichte . . . . .	95
<b>Minisymposien</b>	<b>99</b>
Approximationsmethoden und schnelle Algorithmen . . . . .	101
Stochastische Analysis von Sprungprozessen . . . . .	107
Mathematik und Internet . . . . .	111
Software für partielle Differentialgleichungen . . . . .	119
Mathematik für Ingenieure . . . . .	125
Anwendungen des Automatischen Differenzierens in der Optimierung . . . . .	131
Constructivity in Analysis and Topology . . . . .	137
Inverse Probleme . . . . .	141
Gesetze der kleinen Zahlen: Extrema und seltene Ereignisse . . . . .	149
<b>Tag der Schülerförderung</b>	<b>157</b>
<b>Vortragende</b>	<b>167</b>



# Plenarvorträge

**Tobias Colding** (New York)

Embedded minimal disks are double spiral staircases

**Jan M. Hoem** (Rostock)

Wie untersucht man Geburtsverhalten von Zwillingseibern?

**Dirk Kreimer** (Boston)

The mathematics of quantum field theory: from algebra to number theory

**Jens Lang** (Darmstadt)

Sinn und Unsinn numerischer Simulationen in der Praxis

**Elliot H. Lieb** (Princeton)

Quantum Mechanics, the Stability of Matter, and Quantum Electrodynamics

**Yuri I. Manin** (Bonn)

Georg Cantor and mathematics of the XX century

**Hiroshi Matano** (Tokyo)

Travelling waves in quasi-periodic media and their homogenization limit

**Vladimir G. Maz'ya** (Linköping)

New criteria in the spectral theory of the Schrödinger operator

**Janos Pach** (Budapest)

Directions in Discrete Geometry

**Madhu Sudan** (Cambridge, Massachusetts)

List decoding of error-correcting codes

**Scott A. Vanstone** (Waterloo)

Elliptic Curve Cryptography: Theory and Practice

**Vladimir Vapnik** (London)

Statistical theory of learning



---

**Tobias Colding**

New York University

**Embedded minimal disks are double spiral staircases**

(Abstrakt lag bei Redaktionsschluss noch nicht vor)

**Jan M. Hoem**

Max-Planck-Institut Rostock

**Wie untersucht man Geburtsverhalten von Zwillingselern?**

(Abstrakt lag bei Redaktionsschluss noch nicht vor)

**Dirk Kreimer**

Boston University

**The mathematics of quantum field theory: from algebra to number theory**

Perturbative quantum field theory has revealed in recent years connections to many branches of mathematics, from Hopf algebras to noncommutative geometry to recent developments in number theory in connection with polylogarithms and generalized zeta functions.

We will review these developments focusing using elementary combinatorial properties of Feynman graphs, culminating in forest formulas for renormalization.

**Jens Lang**

TU Darmstadt

**Sinn und Unsinn numerischer Simulationen in der Praxis**

(Abstrakt lag bei Redaktionsschluss noch nicht vor)

**Elliot H. Lieb**

Princeton University

**Quantum Mechanics, the Stability of Matter, and Quantum Electrodynamics**

(Abstrakt lag bei Redaktionsschluss noch nicht vor)

**Yuri I. Manin**

Max-Planck-Institut Bonn

**Georg Cantor and mathematics of the XX century**

(Abstrakt lag bei Redaktionsschluss noch nicht vor)

**Hiroshi Matano**

University of Tokyo

**Travelling waves in quasi-periodic media and their homogenization limit**

We consider travelling waves in spatially quasi-periodic media. We first define the notion of travelling waves and discuss their uniqueness and stability properties. We then study travelling waves in a periodically or quasi-periodically ratched cylinder. Our goal is to estimate their speed near the homogenization limit. Surprisingly, the limit speed of the travelling wave depends only on the maximal opening angle of the ratchet, despite its complex behavior near the boundary.

**Vladimir G. Maz'ya**

Linköping University

**New criteria in the spectral theory of the Schrödinger operator**

The lecture is a survey of results obtained recently in collaboration with M.Shubin and I.Verbitsky. A class of necessary and sufficient conditions for the discreteness of spectrum of Schrödinger operators with scalar potentials which are semibounded below is described. The classical discreteness of spectrum criterion by A.M.Molchanov (1953) uses a notion of negligible set in a cube as a set whose Wiener's capacity is less than a small constant times the capacity of the cube. One can prove that this constant can be taken arbitrarily between 0 and 1. This solves a problem formulated by I.M.Gelfand in 1953. Moreover, the notion of negligibility can be extended by allowing the constant to depend on the size of the cube. A complete description of all negligibility conditions of this kind is given. Similar strict positivity criteria for the Schrödinger operators with non-negative potentials are obtained.

Another topic is a complete solution to the problem of the form-boundedness of the potential energy operator with respect to the Laplacian. Relative compactness criteria for the corresponding quadratic forms are obtained as well.

**Janos Pach**

Renyi Institut, Budapest

**Directions in Discrete Geometry**

AMS(MOS)-Klassifikation: 52C10, 52C30

In the past ten years, Erdős-type extremal problems on the maximum number of incidences between points and lines, and various other geometric objects have turned out to be intimately related to a wide range of questions in additive number theory (Szemerédi's and Freiman's theorems on arithmetic progressions), in analysis (Kakeya's problem), in combinatorics (designs, finite projective planes), and found many applications in computer science (motion planning). Recent works of Bourgain, Gowers, Tao, Wolff, and others have opened new *directions* of research. After a quick overview of these developments, we concentrate on a few specific elementary problems in discrete geometry, related to the number of different *directions* induced by a point set.

According to a celebrated theorem of Sylvester and Gallai, any finite set  $S$  of non-collinear points in the plane has two elements whose connecting line does not pass through any other point in  $S$ . Erdős noticed that this result immediately implies that any set of  $n$  non-collinear points in the plane determines at least  $n$  different connecting lines. Equality is attained if and only if all but one of the points are on a line. In the same spirit, Scott posed two similar questions in 1970: (1) Is it true that the number of different directions assumed by the connecting lines of  $n > 3$  non-collinear points in the plane is at least  $n - 1$ ? (2) Is it true that the number of different directions assumed by the connecting lines of  $n > 5$  non-coplanar points in 3-space is at least  $2n - 3$ ?

The first question was answered in the affirmative by Ungar in 1982, using allowable sequences (see *Proofs from the Book* by Aigner and Ziegler). We outline a completely elementary argument of Pinchasi, Sharir, and the speaker that solves the second problem of Scott. We also mention several open problems.

**Madhu Sudan**

MIT

**List decoding of error-correcting codes**

(Abstrakt lag bei Redaktionsschluss noch nicht vor)

**Scott A. Vanstone**

University of Waterloo

**Elliptic Curve Cryptography: Theory and Practice**

(Abstrakt lag bei Redaktionsschluss noch nicht vor)

**Vladimir Vapnik**

London University

**Statistical theory of learning**

(Abstrakt lag bei Redaktionsschluss noch nicht vor)

# Sektion 1

## Mathematische Logik und Theoretische Informatik

### Vorträge

Andreas Brandstädt      On the clique-width of graphs

**Andreas Brandstädt**

Universität Rostock

**On the clique-width of graphs**

Clique-width of a graph is a recently introduced concept which extends the famous concept of treewidth. Clique-width is based on recursively generating graphs by three kinds of operations. It is known that every problem expressible in terms of Monadic Second Order Logic quantifying only over vertex predicates (but not over edge predicates) can be solved efficiently whenever a corresponding  $k$ -expression describing the input graph of clique-width bounded by  $k$  is given.

The problems Vertex Cover, Maximum Stable Set, Maximum Clique,  $k$ -Colorability for fixed  $k$ , Steiner Tree and Maximum Induced Matching are expressible in this way, and the fundamental classes of  $P_4$ -free graphs,  $P_4$ -sparse graphs and distance-hereditary graphs are examples of classes having bounded clique-width. In a systematic way, we give new examples of such classes and show that this covers and improves some recently published work.

# Sektion 2

## Algebra, Computeralgebra und Zahlentheorie

### Übersichtsvorträge

<b>Jiri Adamek</b>	Zwischen Initialen Algebren und finalen Koalgebren
<b>Joerg Bruedern</b>	Fastperiodische Funktionen und additive Zahlentheorie
<b>Gregor Kemper</b>	Trennungseigenschaften von Invarianten: Algorithmen und Anwendungen

### Vorträge

<b>Frank Bowert</b>	Average-Thetareihen zu periodischen Punktmen- gen
<b>Holger Brenner</b>	Tight closure ohne Reduktion zu positiver Charakteristik
<b>Horst Brunotte</b>	Eine Verallgemeinerung der Zifferndarstellung
<b>Reinhard Börger</b>	Das Tensorprodukt orthomodularer partiell geordneter Men- gen
<b>Volkmar Große Rebel</b>	Potenztransitive, Kommutativtransitive und Potenzkommu- tative RG-Gruppen
<b>Frank Herrlich</b>	Definitionskörper von Teichmüllerkurven
<b>Friedrich Kasch</b>	Lokal injektive und lokal projektive Moduln
<b>Frank Leitenberger</b>	Zum Gruppengesetz für Jacobische Mannigfaltigkeiten
<b>B. Heinrich Matzat</b>	Ganze p-adische Differentialgleichungen und Galois- gruppen
<b>Stefan Milius</b>	Von Iterativen Algebren zu Iterativen Theorien
<b>Gerhard Pazderski</b>	Über das Produkt von zwei zyklischen 2-Gruppen
<b>Gabriela Schmithüsen</b>	Affine Gruppen von Origamis
<b>Annette Werner</b>	Vektorbündel und p-adische Darstellungen
<b>Serguey Zemskov</b>	Allgemeine Lösung der Differentialgleichungen zweiter Ord- nung
<b>Horst-Günter Zimmer</b>	Zur Arithmetik multiquadratischer Zahlkörper

**Jiri Adamek**

TU Braunschweig

**Zwischen Initialen Algebren und finalen Koalgebren**

AMS(MOS)-Klassifikation: 08A70, 18C10

Initiale Algebren werden in der Algebraischen Spezifikation als abstrakten Datentypen benutzt. Beispielsweise sind die natürlichen Zahlen eine Initialalgebra des Funktors  $HX = X + 1$  (der einer unären Operation und einer Konstanten entspricht). Und endliche binäre Bäume können als Initialalgebra des Funktors  $HX = X \times X + 1$  aufgefasst werden. Für unendliche Datentypen kann man analog die terminalen Koalgebren verwenden. Eine Koalgebra eines Endofunktors  $H$  der Kategorie  $\text{Set}$  besteht aus einer Menge  $A$  (von Zuständen) und einer Funktion  $A \rightarrow HA$  (die die Übergänge eines Systems kodiert). Die terminale Koalgebra  $T$  wird dual zur Initialalgebra definiert. Beispiel: für  $HX = X \times X + 1$  kann  $T$  als die Menge aller endlichen und unendlichen binären Bäume dargestellt werden.

Die finalen Koalgebren  $TZ$  der Funktoren  $H(-) + Z$  haben eine wichtige Eigenschaft:  $TZ$  trägt die Struktur einer  $H$ -Algebra, die vollständig iterativ ist (d.h., in der jede rekursive Gleichung genau eine Lösung hat). Darüber hinaus ist  $TZ$  eine freie von  $Z$  erzeugte vollständig iterative Algebra. Daraus folgt, dass die Zuweisung  $Z \rightarrow TZ$  eine vollständig iterative Theorie im Sinne von Calvin Elgot ist, die als eine von  $H$  frei erzeugte vollständig iterative Theorie charakterisiert werden kann.

**Frank Bower**

Universität Dortmund

**Average-Thetareihen zu periodischen Punktmengen**

(Abstrakt lag bei Redaktionsschluss noch nicht vor)

**Holger Brenner**

Universität Bochum

**Tight closure ohne Reduktion zu positiver Charakteristik**

Die Theorie des engen Abschlusses ist in positiver Charakteristik mit Hilfe des Frobenius definiert. Diese Theorie kann durch Reduktion zu positiver Charakteristik auch ueber einem Koeper der Charakteristik null entwickelt werden. In dem Vortrag soll eine Abschlussoperation fuer Ideale vorgestellt werden, die nicht auf positive Charakteristik zurueckgreift, die aber alle Eigenschaften besitzt, die man sich vom engen Abschluss wuenscht. Insbesondere sind fuer diese Abschlussoperation - im Gegensatz zu Hochster's solid closure - alle Ideale in einem regulaeren Ring abgeschlossen.

**Joerg Bruedern**

Universität Stuttgart

**Fastperiodische Funktionen und additive Zahlentheorie**

Ausgehend von elementaren Beispielen wird eine grössere Klasse von binären additiven Problemen mit einer neuartigen Variante der Hardy-Littlewoodschen Kreismethode behandelt. Dabei ergibt sich ein interessanter Zusammenhang mit der Theorie der fastperiodischen Funktionen. Ein Ausblick auf weitere Anwendungen der neuen Methode wird den Vortrag schliessen.

**Horst Brunotte**

Shigeki Akiyama Niigata University

Attila Pethő KLTE Debrecen

Jörg Thuswaldner Montanuniversität Leoben

**Eine Verallgemeinerung der Zifferndarstellung**

AMS(MOS)-Klassifikation: 11A63, 11R04, 11R06, 11R16, 11R21,

Sei  $P(X) = X^d + p_{d-1}X^{d-1} + \dots + p_0 \in \mathbb{Z}[X]$  mit  $|p_0| > 1$  und  $\mathcal{N} = \{0, 1, \dots, |p_0| - 1\}$ .  $P(X)$  heißt CNS-Polynom (CNS ist die Abkürzung von „canonical number system“), falls jedes von 0 verschiedene Element von  $R = \mathbb{Z}[X]/P(X)\mathbb{Z}[X]$  eindeutig in der Form

$$a_0 + a_1x + \dots + a_lx^l$$

mit  $a_0, \dots, a_l \in \mathcal{N}, a_l \neq 0$  geschrieben werden kann; hierbei bezeichne  $x$  das Bild von  $X$  unter dem kanonischen Epimorphismus von  $\mathbb{Z}[X]$  auf  $R$ . Dieser Begriff führt zu einer natürlichen Verallgemeinerung von Basen kanonischer Ziffersysteme in algebraischen Zahlkörpern: Eine komplexe Zahl  $\alpha$  ist Basis eines kanonischen Ziffersystems im Zahlkörper  $\mathbb{Q}(\alpha)$ , falls  $\alpha$  Nullstelle eines irreduziblen CNS-Polynoms ist und eine Potenzganzheitsbasis von  $\mathbb{Q}(\alpha)$  erzeugt. Neben der Darstellung einiger wichtiger Resultate über CNS-Polynome wird über offene Probleme und einen Ansatz zur weiteren Verallgemeinerung dieses Konzepts berichtet.

**Reinhard Börger**

FernUniversität Hagen

**Das Tensorprodukt orthomodularer partiell geordneter Mengen**

AMS(MOS)-Klassifikation: 06C15, 18A40, 18D10, 81P10

Foulis zeigte die Nichtexistenz des Tensorprodukts orthomodularer partiell geordneter Mengen, setzte dabei allerdings implizit  $0 \neq 1$  voraus, d.h. eine orthomodulare partiell geordnete Menge soll stets mindestens zwei Elemente haben. Lässt man diese Voraussetzung weg, so existiert das Tensorprodukt immer, und wir erhalten eine symmetrisch monoidal geschlossene Kategorie der orthomodularen partiell geordneten Mengen. Der Beweis beruht allerdings

auf dem Adjoint Functor Theorem und liefert keinen Einblick in die Struktur des Tensorproduktes. In dieser Terminologie bedeutet das Ergebnis von Foulis, dass es eine orthomodulare partiell geordnete Menge  $X$  gibt, so dass  $0 = 1$  in  $X \otimes X$  gilt, nicht jedoch in  $X$ .

**Volkmar Große Rebel**

Universität Dortmund

**Potenztransitive, Kommutativtransitive und Potenzkommutative RG-Gruppen**

Restricted-Gromov Gruppen (RG-Gruppen) stehen in engem Zusammenhang zu den hyperbolischen Gruppen, die etwa in der Gruppentheorie und Differentialgeometrie eine wichtige Rolle spielen, unter anderem, weil hyperbolische Gruppen gerade die Gruppen sind, die einen Dehn-Algorithmus zur Lösung des Wort- & Konjugationsproblems besitzen. Es folgt aus einer Arbeit von Gromov, dass torsionsfreie hyperbolische Gruppen RG-Gruppen sind.

RG-Gruppen sind *kommutativtransitiv*, eine Eigenschaft, die wesentlich ist in der Theorie der freien Operationen auf (nicht diskreten) Bäumen, sowie *potenztransitiv*, eine Eigenschaft, die in der Beschreibung geometrischer Strukturen bei hyperbolischen Orbifaltigkeiten eine Rolle spielt und *potenzkommutativ*, eine Eigenschaft, die eine Rolle spielt bei der Frage, welche Gruppen dieselbe universelle Sprache erfüllen wie die freien Gruppen.

In diesem Vortrag werden diese Begriffe logisch auf Zusammenhänge untersucht, zum Beispiel sind die drei Begriffe *Potenztransitivität*, *Kommutativtransitivität* und *Potenzkommutativität* in einer Gruppe  $G$  äquivalent, falls in  $G$  jede abelsche Untergruppe lokal zyklisch ist, eine Eigenschaft, die bei vielen geometrisch interessanten Gruppen automatisch erfüllt ist.

**Frank Herrlich**

Universität Karlsruhe

**Definitionskörper von Teichmüllerkurven**

(Abstrakt lag bei Redaktionsschluß nicht vor)

**Friedrich Kasch**

Universität München

**Lokal injektive und lokal projektive Moduln**

AMS(MOS)-Klassifikation: 16D40, 16D50

Ein bekannter Sachverhalt besagt: Ein Ring  $R$  ist genau dann rechts Noethersch, wenn jede direkte Summe von injektiven  $R$ -Rechtsmoduln injektiv ist. Unser Ergebnis schließt ein, daß für einen beliebigen Ring  $R$  jede direkte Summe von injektiven Moduln lokal injektiv ist, also eine Injektivitätseigenschaft besitzt.

Die folgenden Eigenschaften sind äquivalent und definieren **lokal injektive Moduln**. Dabei sei  $R$  ein Ring with  $1 \in R$  und alle Moduln seien unitäre  $R$ -Rechtsmoduln.  $V$  wird der lokal injektive Modul.

- (1) Ist  $A \subseteq V$  und ist  $A$  nicht groß (= essential) in  $V$ , dann gibt es einen injektiven Untermodul  $0 \neq Q \subseteq V$  mit  $A \cap Q = 0$ .
- (2)  $V$  enthält eine direkte Summe von injektiven Untermoduln, die groß in  $V$  ist.
- (3) Für jeden Modul  $M \in \text{Mod-}R$  gilt:  $\Delta(V, M) = \text{Tot}(V, M)$ .

Dabei ist  $\Delta(V, M)$  der singuläre Untermodul und  $\text{Tot}(V, M)$  das Total von  $\text{Hom}_R(V, M)$ . Ist  $V$  injektiv, dann gilt sogar  $\Delta(V, M) = \text{Rad}(V, M) = \text{Tot}(V, M)$ .

Ein **lokal projektiver Modul**  $W$  wird durch die folgenden äquivalenten Bedingungen definiert.

- (1) Ist  $A \subseteq W$  und ist  $A$  nicht klein in  $W$ , dann gibt es einen projektiven direkten Summanden  $0 \neq P \subseteq^\oplus W$  mit  $P \subseteq A$ .
- (2) Für jeden Modul  $M \in \text{Mod-}R$  gilt:  $\nabla(M, W) = \text{Tot}(M, W)$ .

Dabei ist  $\nabla(M, W)$  der kosinguläre Untermodul von  $\text{Hom}_R(M, W)$ . Weitere Eigenschaften im Vortrag.

### Gregor Kemper

TU München

#### Trennungseigenschaften von Invarianten: Algorithmen und Anwendungen

AMS(MOS)-Klassifikation: 13A50

Eines der Hauptanliegen der Invariantentheorie ist das Trennen von Bahnen mit Hilfe von Invarianten. In diesem Vortrag werden Trennungseigenschaften von Invarianten untersucht, wobei das Augenmerk auf Algorithmen liegt. Insbesondere wird ein Algorithmus zur Berechnung von Invariantenringen reductiver Gruppen in positiver Charakteristik vorgestellt. Außerdem kommen Anwendungen in der Bildverarbeitung zur Sprache.

### Frank Leitenberger

Universität Rostock

#### Zum Gruppengesetz für Jacobische Mannigfaltigkeiten

AMS(MOS)-Klassifikation: 14H40

Die Jacobische Mannigfaltigkeit einer algebraischen Kurve spielt eine zentrale Rolle in der Algebraischen Geometrie. Explizite Beschreibungen des Gruppengesetzes spielen eine weniger bedeutende Rolle in der Geschichte des Gegenstandes. B.Mazur bemerkte 1986: „... a naive attempt to generalize this group structure [ebner Kurven vom Grad 3,d.V.] to curves

of higher degree (even quartics) will not work.“ Explizite Gruppengesetze tauchen zuerst mit der neueren Kryptographie auf.

Wir erweitern das geometrische Gruppengesetz ebener Kurven vom Grad drei mit Sehnen und Tangenten auf die Jacobischen Mannigfaltigkeiten nichtsingulärer ebener Kurven vom Grad  $n > 3$ , indem wir Punkte durch Punktgruppen von  $(n-1)(n-2)/2$  Punkten und Geraden durch Kurven vom Grad  $n-1$ ,  $n-2$  und  $n-3$  ersetzen. Genau die Fälle  $n=4,5,6$  gestatten eine Einschrittreduktion. Dies bedeutet eine enge Analogie zum Fall  $n = 3$ . Die geometrische Gruppenstruktur führt uns auf einen rationalen algebraischen Algorithmus.

### **B. Heinrich Matzat**

Universität Heidelberg

#### **Ganze $p$ -adische Differentialgleichungen und Galoisgruppen**

Ganze  $p$ -adische Differentialgleichungen bzw. Differentialmoduln erhält man als Lifts von iterativen Differentialmoduln in Charakteristik  $p$ . Es wird das Verhalten der Differential-Galoisgruppe solcher Differentialmoduln bei Konstantenreduktion studiert. Weiter wird gezeigt, daß jede zusammenhängende lineare Gruppe über dem Konstantenkörper als Differential-Galoisgruppe eines ganzen  $p$ -adischen Differentialmoduls realisiert werden kann. Dies löst das Umkehrproblem der  $p$ -adischen Differential-Galoistheorie für zusammenhängende Gruppen. Letzteres Resultat kann als Differential-Analogen des Satzes von Harbater über die Realisierbarkeit endlicher Gruppen als Galoisgruppen über  $p$ -adischen Funktionenkörpern angesehen werden. Eine Verallgemeinerung des Satzes von Harbater auf beliebige lineare Gruppen steht aber leider derzeit noch aus.

### **Stefan Milius**

TU Braunschweig

#### **Von Iterativen Algebren zu Iterativen Theorien**

AMS(MOS)-Klassifikation: 18C10, 18C35

Iterative Theorien von Calvin Elgot stellen eine Möglichkeit dar, (potentiell unendliche) Berechnungen eines Computerprogramms algebraisch zu fassen, ohne zusätzliche Struktur wie Ordnung oder Metrik zu betrachten. Dies sind algebraische Theorien, die es erlauben, bestimmte finitäre rekursive Gleichungssysteme eindeutig zu lösen. Finitär bedeutet hierbei, dass das gegebene rekursive Gleichungssystem nur endlich viele verschiedene Variablen benutzt. Beispielsweise formen rationale Bäume (d.h. Bäume über einer Signatur, die lediglich endlich viele verschiedene Teilbäume haben) eine iterative Theorie. Elgot et. al. haben bewiesen, dass rationale Bäume eine freie iterative Theorie formen. Dieser Beweis, der Methoden der universellen Algebra benutzt, ist sehr kompliziert.

Einen verhältnismäßig einfachen Zugang zu freien iterativen Theorien bieten iterative Algebren. Für einen finitären Funktor  $H$  auf der Kategorie der Mengen ist eine iterative Algebra eine  $H$ -Algebra, die es erlaubt, finitäre rekursive Gleichungssysteme, deren Parameter aus der Algebra stammen, eindeutig zu lösen. Freie iterative Algebren  $RX$  auf einer gegebenen

Menge  $X$  existieren für jeden finitären Funktor  $H$ . Außerdem können diese mit Hilfe von endlichen Koalgebren konstruiert werden. Ferner stellt sich heraus, dass die Zuordnung  $X \rightarrow RX$  eine iterative Theorie im Sinne von Elgot ist, die als freie iterative Theorie auf  $H$  charakterisiert werden kann.

Dies verallgemeinert sofort das oben erwähnte klassische Ergebnis für Signaturen auf eines für beliebige finitäre Endofunktor auf Mengen. Da die Beweise jedoch mit Hilfe kategorieller Methoden erbracht werden, sind diese konzeptionell erheblich einfacher und darüber hinaus auch in jeder anderen lokal endlich präsentierbaren Kategorie (z. B. halbgeordnete Mengen, Gruppen, Automaten usw.) im Sinne von Gabriel und Ulmer durchführbar.

**Gerhard Pazderski**

### Über das Produkt von zwei zyklischen 2-Gruppen

Die Gruppe  $G$  sei das Produkt von zwei zyklischen  $p$ -Gruppen. Bekanntlich ist  $G$  metazyklisch und damit die Ableitung  $G'$  zyklisch, wenn die Primzahl  $p$  ungerade ist. Für  $p = 2$  kann  $G'$  aber nichtzyklisch sein, und in diesem Fall wurde die Struktur von  $G'$  durch BLACKBURN 1958 untersucht. Unser Ziel ist die Bestimmung der Struktur von  $G$ , und zwar zunächst für den Fall dass  $G'$  die Vierergruppe ist. Dann hat  $G$  mindestens die Ordnung  $2^5$ , wobei es zur Ordnung  $2^n$  für  $n = 5$  genau zwei und für jedes  $n \geq 6$  genau eine Gruppe der betrachteten Art gibt. Zum Nachweis der Existenz wird auf die Hamiltonschen Quaternionen zurückgegriffen, wodurch sich auch ein Zugang zu den treuen irreduziblen Darstellungen von  $G$  über den komplexen Zahlen anbietet. Auf weitere Ergebnisse über verwandte Gruppen wird hingewiesen.

**Gabriela Schmithüsen**

Universität Karlsruhe

### Affine Gruppen von Origamis

AMS(MOS)-Klassifikation: 14H55, 14H10, 14H15

Origamis sind einfache kombinatorische Objekte, die eine algebraische Kurve in  $M_g$ , dem Modulraum für kompakte Riemannsche Flächen von Geschlecht  $g$ , bestimmen.

Ausgangsobjekt ist ein aus kariertem Papier ausgeschnittenes Polygon, dessen Ränder geeignet verklebt werden. Es entsteht eine geschlossene Fläche  $X$ , auf der durch Identifizieren der Karos mit einem festen Parallelogramm in  $\mathbb{C}$  eine flache Struktur  $\mu$  definiert wird:  $X$  wird zur Riemannschen Fläche und bestimmt einen Punkt in  $M_g$ . Variation des Parallelogramms definiert eine ganze Origamikurve in  $M_g$ . Der Isomorphietyp der Kurve wird durch die Gruppe der affinen Diffeomorphismen von  $(X, \mu)$  bzw. die Veech-Gruppe festgelegt.

Origamikurven sind spezielle Teichmüllerkurven, die bei dynamischen Systemen im Zusammenhang mit Billards untersucht werden. Hier werden sie einem Ansatz von Pierre Lochak folgend als Verallgemeinerung von Kinderzeichnungen (Dessins d'Enfants) betrachtet. Dies

knüpft an die Idee Grothendiecks an, Eigenschaften der absoluten Galoisgruppe zu studieren, indem man sie auf kombinatorischen Objekten operieren lässt.

In dem Vortrag möchte ich einen Algorithmus vorstellen, der Erzeuger und Relationen der Veech-Gruppe von Origamis bestimmt und Geschlecht und Anzahl der Punkte bei Unendlich von der zugehörigen Teichmüllerkurve in  $M_g$  berechnet.

**Annette Werner**            Universität Münster  
**Christopher Deninger**    Universität Münster  
**Vektorbündel und p-adische Darstellungen**

Auf einer kompakten Riemannschen Fläche induzieren endlich-dimensionale komplexe Darstellungen der Fundamentalgruppe flache Vektorbündel und somit auch holomorphe Vektorbündel. Ein Satz von Weil besagt, dass man so genau die holomorphen Bündel erhält, deren unzerlegbare Komponenten alle Grad null haben.

Unser Ziel ist es, ein p-adisches Analogon dieser Konstruktion zu finden. Dazu definieren wir eine geeignete Kategorie von Vektorbündeln auf einer Kurve über einem p-adischen Grundkörper und konstruieren zu jedem Vektorbündel in dieser Kategorie auf funktorielle Weise eine stetige p-adische Darstellung der Fundamentalgruppe. In zwei Spezialfällen ergibt sich ein enger Zusammenhang zur Hodge-Tate Zerlegung der ersten etalen Kohomologie der Kurve.

**Serguey Zemskov**  
 Universität Rostock  
**Allgemeine Lösung der Differentialgleichungen zweiter Ordnung**  
 AMS(MOS)-Klassifikation: 68-04

Der Beitrag ist der Anwendung des Computeralgebrasystems *Mathematica* für das Auffinden einer allgemeinen Lösung der Gleichung

$$a u_{xx} + 2b u_{xy} + c u_{yy} + d u_x + f u_y + g u = 0$$

gewidmet, wobei  $a \neq 0$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ ,  $f$ ,  $g$  beliebige reelle Konstanten sind.

Das Auffindung der Lösung gründet sich auf die Vorreduzierung dieser Gleichung zur kanonischen Form

$$v_{\xi\eta} + a_1 v_\xi + b_1 v_\eta + c_1 v = 0,$$

wobei  $v(\xi(x, y), \eta(x, y))$  eine neue unbekannte Funktion und  $a_1$ ,  $b_1$ ,  $c_1$  gewisse numerische Koeffizienten sind. Danach werden weitere Vereinfachungen mit Hilfe der Ersetzung

$$v(\xi, \eta) = e^{\lambda\xi + \mu\eta} w(\xi, \eta)$$

durchgeführt. Bei spezieller Wahl von  $\lambda$  und  $\mu$  lassen sich die Koeffizienten der ersten Ableitungen von  $w$  zum Verschwinden bringen. Die neue erhaltene Gleichung ist gelöst und die allgemeine Lösung der Ausgangsgleichung ist gefunden.

**Horst-Günter Zimmer**

Universität des Saarlandes

**Zur Arithmetik multiquadratischer Zahlkörper**

Multiquadratische Zahlkörper  $K$  sind interessant als Grundkörper elliptischer Kurven  $E$ . Hat  $E/K$  eine ganze  $j$ -Invariante, so können alle dann höchstens möglichen Torsionsgruppen bestimmt werden, und wenn  $K$  biquadratisch ist, ist es sogar möglich, die zugehörigen endlich vielen Kurven  $E$  und Körper  $K$  explizit auszurechnen, wobei man von einigen Torsionsgruppen kleinstmöglicher Ordnung absehen muß. Dabei spielt das Zerlegungsgesetz in multiquadratischen Zahlkörpern eine besondere Rolle. Im biquadratischen Falle wurde es bereits von Harvey Cohn angegeben, aber es läßt sich ohne weiteres auf multiquadratische Zahlkörper  $K$  verallgemeinern. Nützlich ist es auch, eine Ganzheitsbasis von  $K$  zu kennen. Eine solche wurde - wiederum im biquadratischen Falle - von K.S. Williams gefunden. Schmal hat im allgemeinen Falle eine andere Ganzheitsbasis angegeben. Dabei ist natürlich auch die Diskriminante, die man explizit ausrechnen kann, wichtig. Die Erweiterung  $K/\mathbb{Q}$  ist selbstverständlich Galoissch, und  $K$  läßt sich auch in gewisse Galoiserweiterungen einordnen. Schmal hat übrigens seine Resultate als Spezialfall von Komposita von Radikalerweiterungen vom Primzahlgrad  $p$ , also Komposita gewisser Kummererweiterungen vom Grad  $p$ , erhalten. Torsionsgruppen elliptischer Kurven über solchen Körpern zu betrachten, scheidet bisher an zu großen Ordnungen der in Frage kommenden Gruppen.



# Sektion 3

## Diskrete Mathematik und Optimierung

### Vorträge

<b>György Dósa</b>	Semi on-line conditions and optimal algorithms for scheduling two parallel processors
<b>Benjamin Doerr</b>	Matrix Rounding, Discrepancy and the Digital Halftoning Problem
<b>Martin Grüttmüller</b>	Mandatory Representation Designs
<b>Sven Hartmann</b>	Pan-orientable Block Designs
<b>Volker Kaibel</b>	On the graph-density of random 0/1-polytopes
<b>Frank H. Lutz</b>	Kleine Beispiele nicht-konstruierbarer Bälle und Sphären
<b>Christian Meyer</b>	Regularisierung von zustandsbeschränkten Optimalsteuerproblemen
<b>Oliver Stein</b>	An interior point flow for non-convex global optimization
<b>Istvan Szalkai</b>	Simplexes in $R^n$
<b>Daniel Wachsmuth</b>	On instantaneous control of a nonlinear parabolic equation
<b>Soeren Werth</b>	Multi-Color Discrepancy of Rectangles

**György Dósa**

University of Veszprém

**Semi on-line conditions and optimal algorithms for scheduling two parallel processors**

Two semi-online versions of scheduling problem  $P2||C_{\max}$  is considered, where one type of partial information is available and one type of additional algorithmic extension is allowed simultaneously. For the semi-online version where a buffer of length 1 is available and the total size of all jobs is known in advance, an optimal algorithm is presented with competitive ratio  $5/4$ . It is also shown that it does not help that the buffer length is greater than 1. For the semi-online version where two parallel processors are available and the total size of all jobs is known in advance, an optimal algorithm is presented with competitive ratio  $6/5$ .

(Die Teilnahme an der Konferenz wird durch die Stiftung von Hans Pape, Dortmund, Dr.h.c. der Universität Veszprém unterstützt.)

**Benjamin Doerr**

Universität Kiel

**Matrix Rounding, Discrepancy and the Digital Halftoning Problem**

AMS(MOS)-Klassifikation: 11K38, 68W20

Motivated by an application from image processing (Asano et al., SODA 2002), we investigate the problem to round a given  $[0, 1]$ -valued matrix to a  $0, 1$  matrix such that the  $L_1$  rounding error with respect to all  $2 \times 2$  boxes is small. We present a randomized algorithm computing roundings with expected error at most 0.5463 per box. Our algorithm is the first one solving this problem fast enough for practical application, namely in linear time. We use a modification of randomized rounding. Instead of independently rounding the variables, we impose a number of suitable dependencies. This reduces the rounding error significantly compared to independent randomized rounding, which leads to an expected error of 0.8294 per box. Finally, we give a characterization of realizable dependencies.

**Martin Grüttmüller**

Universität Rostock

**Mandatory Representation Designs**

AMS(MOS)-Klassifikation: 05B30

Sei  $K$  eine Menge positiver natürlicher Zahlen. Ein *Pairwise Balanced Design*  $\text{PBD}(K, v)$  der Ordnung  $v$  mit Blocklängen aus  $K$  ist ein Paar  $(V, \mathcal{B})$ , dabei ist  $V$  eine endliche Menge der Mächtigkeit  $v$  und  $\mathcal{B}$  ist eine Familie von Teilmengen von  $V$  (genannt Blöcke) die folgende Eigenschaften besitzen: (i) die Mächtigkeit eines jeden Blockes  $B \in \mathcal{B}$  ist aus  $K$  und (ii) jedes Paar von verschiedenen Elementen aus  $V$  kommt in genau einem Block vor.

Ein *Mandatory Representation Design*  $\text{MRD}(K; v)$  ist ein  $\text{PBD}(K, v)$  in dem zu jedem  $k \in K$  mindestens ein Block der Länge  $k$  existiert. Notwendige Existenzkriterien für  $\text{MRD}(K; v)$  mit  $K = \{3, k\}$  oder  $\{4, k\}$  wurden in verschiedenen Artikeln studiert. Für  $K = \{3, k\}$  wurde bewiesen, dass die notwendigen Existenzkriterien (bis auf endlich viele mögliche Ausnahmen) auch hinreichend sind für jedes  $k$ . Im Fall  $K = \{4, k\}$  ist dies nur für einige Klassen von  $k$  bekannt.

In diesem Vortrag geben wir einen kurzen Überblick über bekannte Ergebnisse und präsentieren für  $K = \{4, k\}$  neue Konstruktionen, die zeigen, dass die notwendigen Existenzbedingungen auch für weitere Klassen von  $k$  hinreichend sind (bis auf endlich viele mögliche Ausnahmen).

**Sven Hartmann**

Massey University

**Pan-orientable Block Designs**

AMS(MOS)-Klassifikation: 05C70

Given a  $k$ -tournament  $T$ , we call a  $(v, k, 2)$  block design  $T$ -orientable if it is possible to replace every block  $B$  by a copy of  $T$  on the set  $B$  such that every ordered pair of distinct elements appears in exactly one of the tournaments. Best known are directed designs, where  $T$  is chosen to be the transitively directed tournament. For  $k = 3$ , in particular, there are two possible choices for  $T$ , the cyclically directed triangle  $C$  and the transitively directed triangle  $D$ , giving rise to Mendelsohn triple systems and directed triple systems, respectively. It is well-known, that both exist whenever  $v \equiv 1 \pmod{3}$ . Grannell, Griggs and Quinn (Discrete Math., 205:85-96, 1998) studied  $(v, 3, 2)$ -designs that are both  $C$ -orientable and  $D$ -orientable, and proved that they still exist for every  $v \equiv 1 \pmod{3}$ .

For  $k > 3$ , there are of course more than just two cases. We call a  $(v, k, 2)$  block design pan-orientable if it is  $T$ -orientable for every possible  $k$ -tournament  $T$ . In the talk we will give examples for  $k = 4$ , and discuss the asymptotic existence of pan-orientable designs as well as further properties like pureness and super-pureness.

**Volker Kaibel** TU Berlin

**Anja Remshagen** State University of West Georgia

**On the graph-density of random 0/1-polytopes**

AMS(MOS)-Klassifikation: 52B12; 52B05; 90C57; 60C05

One of the discoveries that were especially exciting for the early polyhedral combinatorialists was the observation that many 0/1-polytopes associated with combinatorial optimization problems have graphs with very small diameter. Particularly striking examples are the cut-polytopes of complete graphs with graph-density equal to one. In this talk, we demonstrate that high density is not a feature that is special to 'combinatorial' 0/1-polytopes. In fact, the graph density of a  $d$ -dimensional random 0/1-polytope with  $n(d)$  vertices tends to one (with  $d$  going to infinity) if  $n(d) \leq (\sqrt{2} - \varepsilon)^d$  holds for some  $\varepsilon > 0$ , while it tends to zero in case of  $n(d) \geq (\sqrt{2} + \varepsilon)^d$ . The cut-polytopes have  $n(d) \leq \text{const}^{\sqrt{d}}$  vertices.

**Frank H. Lutz**

TU Berlin

**Kleine Beispiele nicht-konstruierbarer Bälle und Sphären**

AMS(MOS)-Klassifikation: 52B05, 52B22, 57Q15

Wir konstruieren nicht-konstruierbare, nicht-schälbare und nicht ecken-zerlegbare simpliziale Bälle und Sphären mit wenigen Ecken.

**Christian Meyer** TU Berlin

**Arnd Rösch** TU Berlin

**Fredi Tröltzsch** TU Berlin

**Regularisierung von zustandsbeschränkten Optimalsteuerproblemen**

AMS(MOS)-Klassifikation: 49M20, 49N10, 49K20

Der Vortrag beschäftigt sich mit der Regularisierung von punktweisen Zustandsbeschränkungen bei Optimalsteuerproblemen mit PDE's. Wie man durch die Untersuchung des dualen Problems zeigen kann, existieren Lagrange-Multiplikatoren aus  $L^2$  für das regularisierte Problem. Unter gewissen Beschränktheitsvoraussetzungen konvergiert die Lösung des regularisierten Problems gegen die des rein zustandsbeschränkten. Die theoretischen Ergebnisse werden durch numerische Tests bestätigt.

**Oliver Stein** RWTH Aachen

**Hubertus Th. Jongen**

**An interior point flow for non-convex global optimization**

AMS(MOS)-Klassifikation: 90C26, 90C31, 90C51

We consider finite dimensional smooth optimization problems with a compact and connected feasible set. A basic problem in global optimization is how to get from one local minimum to all other ones by using local ascent or descent directions. In general, these local directions are induced by a Riemannian (i.e. variable) metric. We consider the “bang-bang” strategy of starting at a local minimum, going upward via some ascent flow until a maximum is reached, and then moving downward along some descent flow to a (possibly different) local minimum. Iteration of this procedure gives rise to a bipartite digraph whose nodes are the local minima/maxima.

It is well-known that in absence of inequality constraints this digraph is strongly connected for generic metrics, whereas this might not be the case when inequality constraints are present, depending on the chosen flows. In this talk we introduce certain ascent and descent flows which lead to interior point trajectories and which guarantee generically the desired connectedness of the graph after some automatic adaptation of the metric, based on local information.

**Istvan Szalkai**

University of Veszprém

**Simplexes in  $R^n$**

Minimal linearly dependent vectorsets  $S$  of  $R^n$  are called (algebraic) **SIMPLEXES**.

Many chemical and physical applications are there of the above notion and the problems below:

**PROBLEMS:** (1) How many simplexes  $S$  of  $H$  could be found (at least/at most) in a given subset  $H$  of  $R^n$ ?

(2) Give an appropriate algorithm for listing all simplexes contained in a given subset  $H$  of  $R^n$ !

We present theoretical and computational results for these questions. Generalizations for matroids are also presented.

**Daniel Wachsmuth**

TU Berlin

**On instantaneous control of a nonlinear parabolic equation**

AMS(MOS)-Klassifikation: 49M30, 49K20

A method of instantaneous control type is considered for a nonlinear parabolic boundary control problem with box constraints on the control. It is shown that the method exhibits fixed points. In numerical examples, convergence towards a fixed point occurs, which is not the best possible one. Consequently, a new hybrid method is suggested, which behaves essentially better as the standard method.

**Soeren Werth**      Universität zu Kiel

**Benjamin Doerr**    Universität zu Kiel

**Nils Hebbinghaus**    Universität zu Kiel

**Multi-Color Discrepancy of Rectangles**

AMS(MOS)-Klassifikation: 11K38

The multi-color discrepancy problem is to color a finite hypergraph  $\mathcal{H} = (V, \mathcal{E})$  with  $c \in \mathbb{N}$  colors so that each hyperedge contains approximately the same number of vertices in each color. The discrepancy of  $\mathcal{H}$  in  $c$  colors is defined by

$$\text{disc}(\mathcal{H}, c) := \min_{\chi: V \rightarrow [c]} \max_{i \in [c], E \in \mathcal{E}} \left| |\chi^{-1}(i) \cap E| - \frac{|E|}{c} \right|.$$

In this talk we give upper and lower bounds for the multi-color discrepancy of geometric rectangles, that is, the hypergraph  $\mathcal{H}_N = ([N] \times [N], \mathcal{E})$  for  $N \in \mathbb{N}$ , where  $\mathcal{E} := \{[x_1, y_1] \times [x_2, y_2] \mid x_i, y_i \in [N], x_i \leq y_i, i \in [2]\}$ . We show:

The multi-color discrepancy for rectangles in  $c \in \mathbb{N}$  colors is  $\text{disc}(\mathcal{H}_N, c) = \Theta(\log c)$ .

# Sektion 4

## Komplexe Analysis und Algebraische Geometrie

### Vorträge

<b>Holger Brenner</b>	Eine geometrische Interpretation des engen Abschlusses (tight closure)
<b>Georg Hein</b>	Kurven mit negativem Selbstschnitt
<b>Tobias Hirsch</b>	Modulare Deformationen isolierter Singularitäten
<b>Ralph Tandetzký</b>	Integraltransformationen ganzer Funktionen von endlichem Exponentialtypus

In einer gemeinsamen Veranstaltung mit Sektion 2 finden folgende Vorträge statt:

<b>Frank Herrlich</b>	Definitionskörper von Teichmüllerkurven
<b>Gregor Kemper</b>	Trennungseigenschaften von Invarianten: Algorithmen und Anwendungen
<b>Frank Leitenberger</b>	Zum Grppengesetz für Jacobische Mannigfaltigkeiten
<b>Gabriela Schmithüsen</b>	Affine Gruppen von Origamis
<b>Annette Werner</b>	Vektorbündel und p-adische Darstellungen
<b>Serguey Zemskov</b>	Allgemeine Lösung der Differentialgleichungen zweiter Ordnung

**Holger Brenner**

Universität Bochum

**Eine geometrische Interpretation des engen Abschlusses (tight closure)**

Die Theorie des engen Abschlusses wurde von Hochster und Huneke entwickelt und ist mit Hilfe des Frobenius-Endomorphismus in positiver Charakteristik definiert. Für diese Theorie wird eine geometrische Interpretation (in jeder Charakteristik) vorgestellt, die mit Hilfe von Vektorbündeln, affin-linearen Bündeln und mit projektiven Bündeln arbeitet. Dies erlaubt es, Methoden der algebraischen Geometrie wie Schnitttheorie, Kohomologie und die Harder-Narasimhan Filtrierung von Vektorbündeln auf Probleme des engen Abschlusses anzuwenden. Insbesondere ermöglicht dieser Ansatz die Berechnung des engen Abschlusses in zwei-dimensionalen Ringen.

**Georg Hein**

FU Berlin

**Kurven mit negativem Selbstschnitt**

AMS(MOS)-Klassifikation: 14Q10, 14C20

Wir betrachten eine glatte algebraische Fläche  $X$  und ihre reelle Néron-Severi-Gruppe  $\mathrm{NS}_{\mathbb{R}}(X) = \mathrm{NS}(X) \otimes_{\mathbb{Z}} \mathbb{R}$ . Die Dimension  $\rho(X)$  des reellen Vektorraumes  $\mathrm{NS}_{\mathbb{R}}(X)$  ist die Picard-Zahl von  $X$ . Eine Kurve in  $X$  entspricht einem Punkt in diesem Vektorraum. Es gibt Flächen  $X$ , für die unendlich viele Vektoren in  $\mathrm{NS}_{\mathbb{R}}(X)$  Kurven mit negativem Selbstschnitt entsprechen. Jeder nichttriviale numerisch effektive Divisor  $D$  definiert eine Hyperebene  $H_D$  in  $\mathrm{NS}_{\mathbb{R}}(X)$  der zu diesem Divisor senkrechten Divisoren. Wir wollen zeigen, dass auf  $H_D$  höchstens  $\frac{\rho(X)^2}{4}$  viele Punkte liegen können, die zu Kurven mit negativem Selbstschnitt assoziiert sind.

Der Beweis benutzt Ergebnisse über die Schnittpaarung auf  $\mathrm{NS}_{\mathbb{R}}(X)$  und ein einfaches Ergebnis der Graphentheorie.

**Tobias Hirsch** BTU Cottbus

**Bernd Martin** BTU Cottbus

**Modulare Deformationen isolierter Singularitäten**

AMS(MOS)-Klassifikation: 32S30, 14B05, 14Q99, 13D03

Sei  $X_0$  eine isolierte Singularität,  $\xi : X \rightarrow S$  eine Deformation von  $X_0$ . Nach V. P. Palamodov heißt ein Unterkeim  $M \subseteq S$  *modular*, falls gilt: Sind  $\varphi : T \rightarrow S$  und  $\psi : T \rightarrow M$  Morphismen, die isomorphe Deformationen über  $T$  induzieren, dann ist  $\varphi = \psi$ . Unter dem Modularstratum von  $X_0$  versteht man einen maximalen modularen Unterkeim im Basisraum  $S$  einer semi-universellen Deformation von  $X_0$ .

Zur Berechnung des Modularstratums kann man – analog zur Konstruktion semi-universeller Deformationen – eine Obstruktionstheorie entwickeln, die einer kleinen Erweiterung

$$0 \rightarrow J \rightarrow \mathcal{O}_B \rightarrow \mathcal{O}_A \rightarrow 0$$

von Artinschen Unterkeimen  $A \subseteq B \subseteq S$ ,  $A$  modular, ein Obstruktionselement

$$ob_{B/A} \in \text{Hom}(T^0(X_0), T^1(X_0)) \otimes J$$

zuordnet, dessen Verschwinden äquivalent zur Modularität von  $B$  ist. Mit einer Implementierung des sich ergebenden Algorithmus' in das Computeralgebra-System SINGULAR lassen sich (Jets des) Modularstratums einer isolierten Singularität berechnen.

Als Anwendung der allgemeinen Konstruktion wird das Modularstratum der Singularitäten der  $T_{p,q,r}$ -Serie (definiert durch  $f := x^p + y^q + z^r + \lambda xyz$ ) bestimmt und der Zusammenhang zu den Adjazenzen unimodaler Hyperflächensingularitäten diskutiert.

**Ralph Tandetzky**

FSU Jena

**Integraltransformationen ganzer Funktionen von endlichem Exponentialtypus**

Die LAPLACE-Transformation  $\mathcal{L}$  bildet den Raum  $\mathfrak{A}_1$  der ganzen Funktionen von endlichem Exponentialtypus bijektiv auf den Raum  $\mathfrak{a}_1$  der Funktionen ab, die bei  $\infty$  holomorph sind und dort verschwinden. Sei  $D \subset \mathbb{C}$  ein einfach zusammenhängendes Gebiet und  $j : D \rightarrow D'$  eine biholomorphe Abbildung. Als Verallgemeinerung der Umkehrformel der LAPLACE-Transformation definieren wir durch

$$(\mathcal{S}_j f)(z) := \frac{1}{2\pi i} \oint_{\Gamma} e^{zj(t)} (\mathcal{L}f)(t) dt,$$

eine umkehrbar eindeutige Abbildung  $\mathcal{S}_j$  eines linearen Teilraums  $\mathfrak{A}_1(D)$  von  $\mathfrak{A}_1$  auf den linearen Teilraum  $\mathfrak{A}_1(D')$ . Die einfach geschlossene Kurve  $\Gamma \subset D$  umläuft dabei die Singularitäten von  $\mathcal{L}f$  in mathematisch positiver Richtung. Mit dieser Definition folgt  $\mathcal{S}_{\text{Id}_{\mathbb{C}}} = \text{Id}_{\mathfrak{A}_1}$  und die zentrale Kompositionsformel  $\mathcal{S}_{j_1} \mathcal{S}_{j_2} = \mathcal{S}_{j_1 \circ j_2}$ . Damit ergibt sich  $\mathcal{S}_j^{-1} = \mathcal{S}_{j^{-1}}$ . Analog definieren wir Transformationen durch

$$(\mathcal{D}_r f)(z) := \frac{1}{2\pi i} \oint_{\Gamma} r(t) e^{zt} (\mathcal{L}f)(t) dt,$$

wobei  $r$  eine in  $D$  holomorphe Funktion ist. Für diese Transformationen gelten Rechenregeln und Eigenschaften, die man benutzen kann, um Differenzen- und Differentialgleichungen zu lösen.



# Sektion 5

## Geometrie

### Übersichtsvorträge

Andreas Brieden	Polytope, Norm-Maximierung, Hadamard-Matrizen und Fluroptimierung
Markus E. H. Kiderlen	Kontinuierliche und diskrete Stereologie
Markus Stroppel	Polaritäten kompakter Ebenen
Annette Werner	Kompaktifizierung von Bruhat-Tits Gebäuden

### Vorträge

Andrea Blunck	Nichtlineare Modelle affiner Räume
Rene Brandenburg	Radii of regular polytopes
Gert Bär	Explizite Berechnungsmethoden für Hüllkurvenpaare
Rolfdieter Frank	Quaternionen und reguläre Polytope
Eike Hertel	H-Simplotope
Armin Herzer	Ein neuer Schließungssatz für Berührstrukturen
Matthias Heveling	Polynomiales Parallelvolumenwachstum und Konvexität
Daniel Hug	Große Zellen in Poisson-Delaunay-Mosaiken
Linus Kramer	Einige Anwendungen von Gebäuden
Heiko Mund	Zerlegungsgleichheit topologischer d-Zellen
Harm Pralle	A generalized quadrangle of order $(q^4, q^5)$ ?
Christian Richter	Gegenbeispiele zu Knasters Vermutung
Rolf Schneider	Ein Extremalproblem für sphärisch konvexe Mengen
Walter Wenzel	Geordnete Mengen, Verbände und Zwischenrelationen
Steffen Winter	A notion of Euler characteristic for self-similar fractals

**Andrea Blunck** Universität Hamburg

**Hans Havlicek** TU Wien

**Nichtlineare Modelle affiner Räume**

AMS(MOS)-Klassifikation: 51C05, 51B05, 51N10

Das Parabelmodell der reellen affinen Ebene kann mit Hilfe des Rings der dualen Zahlen und gewisser zugehöriger Laguerre-Transformationen beschrieben werden. Dieser Zugang wird verallgemeinert auf höherdimensionale affine Räume. Hierzu führen wir auf der projektiven Geraden über einer  $K$ -Algebra eine Relation „radikal-parallel“ ein und lassen dann solche Transformationen wirken, die einen ausgezeichneten Punkt  $\infty$  in einen radikal-parallelen Punkt überführen.

**Rene Brandenburg**

TU München

**Radii of regular polytopes**

AMS(MOS)-Klassifikation: 52B12

This talk deals with the three types of regular polytopes which exist in all dimensions – regular simplices, cubes and regular cross-polytopes – and their outer and inner radii. While the inner radii of regular simplices are well studied, only a few cases are solved for the outer radii. We give a lower bound on these radii, and show that this bound is tight in almost 3 out of 4 dimensions. In a further section we complete the results about inner and outer radii of general boxes and cross-polytopes. Finally, because cubes and regular cross-polytopes are radii-minimal projections of simplices, we show that it is possible to deduce the results about their radii from the results about the outer radii of simplices.

**Andreas Brieden**

TU München

**Polytope, Norm-Maximierung, Hadamard-Matrizen und Fluroptimierung**

AMS(MOS)-Klassifikation: 52B11,52B55,68Q17,68Q25

Die Maximierung der klassischen  $l_p$ -Normen über verschiedenen Klassen von Polytopen bzw. allgemeinen konvexen Körpern ist ein zentrales Problem der Computational Convexity. Ihre algorithmische Komplexität hängt dabei im wesentlichen von der jeweils gewählten Klasse ab und ergibt sich durch enge Bezüge zu so verschiedenen Gebieten wie der Aussagenlogik, der algorithmischen Graphentheorie, der quadratischen nicht-konvexen Optimierung oder etwa der Untersuchung der Approximierbarkeit von Einheitskugeln durch Polytope.

Im Vortrag werden diese Zusammenhänge übersichtsartig dargestellt und abgerundet durch ein Clustering-Problem aus der Landwirtschaft, das mit Hilfe von approximativen, auf Hadamard-Matrizen beruhenden Algorithmen für euklidische Norm-Maximierung gelöst wird.

**Gert Bär**

TU Dresden

**Explizite Berechnungsmethoden für Hüllkurvenpaare**

AMS(MOS)-Klassifikation: 53A17

Für den Entwurf ebener konjugierter Verzahnungen wurden explizite Berechnungsmethoden erarbeitet und getestet, wie die Berechnung des konjugierten Profils zu einem gegebenen Zahnprofil oder einem Zahnstangenprofil und die Berechnung des Zahnstangenprofils zu einem Zahnprofil, jeweils in Parameterdarstellung einschließlich der zugehörigen Eingriffslinie. Wenn umgekehrt die Zahnradzentren, das Übersetzungsverhältnis und die Eingriffslinie gegeben sind, dann sind konjugierte Profile durch die Lösung einer gewöhnlichen Differentialgleichung 1. Ordnung bestimmt. Die Differentialgleichung ist geometrisch interpretierbar als Ableitung der Poldistanz des Eingriffpunktes, die den Anstieg der gemeinsamen Profiltangente bestimmt. Beispiele wurden berechnet und sind als animierte Graphiken im Internet bereitgestellt.

**Rolfdieter Frank**

Universität Koblenz-Landau

**Quaternionen und reguläre Polytope**

Nach Ernst Steinitz (1916) sind die Eckenmengen der regulären vierdimensionalen Polytope  $\{3, 3, 4\}$  (Kreuzpolytop),  $\{3, 4, 3\}$  (24-Zell) und  $\{3, 3, 5\}$  (600-Zell) Untergruppen der multiplikativen Quaternionen. Mit Hilfe dieser Untergruppen erhält man Einbeschreibungen der Polytope in ihre Kantenmitten, ihre Flächenmitten und ihre Zellenmitten, weil die Mengen dieser Mittelpunkte jeweils Vereinigung von Nebenklassen sind. Die zu  $\{3, 3, 5\}$  gehörige Untergruppen besitzt einen äußeren Automorphismus, und dieser ist ein Isomorphismus zwischen  $\{3, 3, 5\}$  und dem Sternpolytop  $\{3, 3, \frac{5}{2}\}$  mit der gleichen Eckenmenge.

**Eike Hertel**

FSU Jena

**H-Simplotope**

AMS(MOS)-Klassifikation: 52B12

Vor einhundert Jahren führte P.H. Schoute in seinem Buch „Mehrdimensionale Geometrie“ eine „besonders merkwürdige Gruppe“ von Polytopen ein, die er Simplotope nannte und als Verallgemeinerung von  $d$ -dimensionalen Prismen mit  $(d - 1)$ -dimensionaler simplizialer Basis auffaßte. Für eine spezielle Klasse von Simplotopen wird im Vortrag gezeigt, daß sie Pflasterpolytope des  $\mathbb{R}^d$  sind, daß sie mit einem Würfel zerlegungsgleich sind und daß sie eine (erste) nichttriviale Klasse von  $d$ -Polytopen für  $d > 2$  darstellen, die selbstähnlich sind.

**Armin Herzer**

Universität Mainz

**Ein neuer Schließungssatz für Berührstrukturen**

(Z): Sind  $A, B$  Ketten, die einander in zwei Punkten  $p, q$  schneiden und trifft eine Kette  $C$  die Kette  $A$  in zwei von  $p$  und  $q$  verschiedenen Punkten und  $B$  in einem Punkt, so trifft  $C$  die Kette  $B$  noch in einem weiteren Punkt. (Statt „Schneiden in zwei Punkten“ kann auch „Berühren“ stehen.).

Der Schließungssatz (Z) ist in ebenen Berührstrukturen trivial. Seine Bedeutung für räumliche Berührstrukturen soll erörtert werden, auch wie seine Gültigkeit die Bedeutung des Satzes von Miquel bzw. des Büschelsatzes verändert.

Lit: Thomas Schaffrath, Eine Charakterisierung starker miquelscher Kettenräume. Shaker Verlag, Aachen 1997.

**Matthias Heveling**    Universität Karlsruhe

**Daniel Hug**            Universität Freiburg

**Günter Last**            Universität Karlsruhe

**Polynomiales Parallelvolumenwachstum und Konvexität**

AMS(MOS)-Klassifikation: 52A38, 28A75, 52A22, 53C65

For a non-empty compact set  $A \subset \mathbb{R}^d$ ,  $d \geq 2$ , and  $r \geq 0$ , let  $A_{\oplus r}$  denote the set of points whose distance from  $A$  is  $r$  at the most. It is well-known that the volume  $V_d(A_{\oplus r})$  of  $A_{\oplus r}$  is a polynomial of degree  $d$  in the parameter  $r$  if  $A$  is convex. We pursue the reverse question and ask whether  $A$  is necessarily convex if  $V_d(A_{\oplus r})$  is a polynomial in  $r$ . An affirmative answer is given in dimension  $d = 2$ , counterexamples are provided for  $d \geq 3$ . A positive resolution of the question in all dimensions is obtained if the assumption of a polynomial parallel volume is strengthened to the validity of a (polynomial) local Steiner formula.

**Daniel Hug**            Universität Freiburg

**Rolf Schneider**    Universität Freiburg

**Große Zellen in Poisson-Delaunay-Mosaiken**

AMS(MOS)-Klassifikation: 52A22, 52A40, 52B12, 60D05

Für eine diskrete Punktmenge  $X$  im  $\mathbb{R}^d$  sei  $\mathcal{V}(X)$  die zugeordnete Zerlegung des  $\mathbb{R}^d$  in Voronoi-Zellen und  $\mathcal{D}(X)$  die hierzu duale Delaunay-Triangulierung. Ist die Punktmenge  $X$  zufällig, so stellt  $\mathcal{D}(X)$  eine zufällige Zerlegung des  $\mathbb{R}^d$  in Simplizes dar. Im Fall eines Poissonprozesses  $X$  zeigen wir, daß sich die Form der typischen Zelle von  $\mathcal{D}(X)$  asymptotisch der Form eines *regulären* Simplex annähert, falls das Volumen der typischen Zelle groß ist. Hierzu wird ein geometrisches Stabilitätsresult für Simplizes bereitgestellt.

**Markus E. H. Kiderlen**

Universität Karlsruhe

**Kontinuierliche und diskrete Stereologie**

AMS(MOS)-Klassifikation: 60D05

Der Vortrag gibt eine Einführung in die Stereologie aus geometrischer Sicht. Die Stereologie, ein Teilgebiet der Stochastischen Geometrie, beschäftigt sich mit der Schätzung von charakteristischen Größen einer ( $d$ -dimensionalen) geometrischen Struktur aus Ausschnitten. Dies können niederdimensionale Schnitte oder volldimensionale Proben sein. Typische Anwendungen sind beispielsweise die Schätzung der mittleren Oberfläche von Lungengewebe in der Medizin oder die Bestimmung der mittleren Fläche der Korngrenzen in Metalllegierungen in den Materialwissenschaften.

Motiviert durch solche Anwendungen hat sich ein mathematischer Zweig entwickelt, der unter anderem auf konvex- und integralgeometrischen Ergebnissen aufbaut. Da in den Anwendungen Bilder oft maschinell verarbeitet werden oder von Computertomographen stammen, ist eine Theorie der digitalen Daten nötig geworden. Die diskrete Stereologie, die sich in Teilen mit der mathematischen Morphologie deckt, liefert hier entsprechende Resultate.

Wir werden zunächst einige Grundideen der 'kontinuierlichen' Stereologie, wie etwa die Crofton-Formeln, vorstellen. Anschließend sollen Gemeinsamkeiten und Unterschiede zur diskreten Stereologie beschrieben werden. Der Schwerpunkt wird dabei weniger auf den numerischen und stochastischen Fragestellungen als vielmehr auf den geometrischen Ideen liegen.

**Linus Kramer**

Universität Würzburg

**Einige Anwendungen von Gebäuden**

Wir beschreiben, wie man mit Hilfe sphärischer und affiner Gebäude bestimmte Fragestellungen der Riemannschen Geometrie beantworten kann.

**Heiko Mund**

FSU Jena

**Zerlegungsgleichheit topologischer  $d$ -Zellen**

AMS(MOS)-Klassifikation: 51M04

Sind ein Würfel  $W$  und eine Kugel  $K$  im  $\mathbb{R}^d$  zerlegungsgleich? Die Antwort darauf hängt zunächst einmal davon ab, was man unter Zerlegungsgleichheit versteht. Dabei unterscheidet man disjunkte und elementare Zerlegungsgleichheit. Hier möchte ich mich speziell mit elementaren Zerlegungen beschäftigen, d.h. die einzelnen Zerlegungsteile dürfen sich in Randpunkten überlappen. Dabei sollte man aber die zugelassenen Zerlegungsteile geeignet einschränken, z.B. auf topologische  $d$ -Zellen, da sonst die Antwort trivial wird. Entscheidend für die Zerlegungsgleichheit zweier Mengen ist nun die betrachtete Transformationsgruppe.

Üblicherweise betrachtet man dabei die Gruppe der euklidischen Bewegungen. Hier sollen jedoch auch allgemeinere Transformationsgruppen betrachtet werden.

### Harm Pralle

TU Braunschweig

#### A generalized quadrangle of order $(q^4, q^5)$ ?

AMS(MOS)-Klassifikation: 51E12

Let  $\Pi$  be a finite polar space of rank 4. If  $\lambda$  is a line of  $\Pi$ , we call the geometry of the planes and 3-spaces of  $\Pi$  containing  $\lambda$  the upper residue of  $\lambda$  in  $\Pi$  and denote it by  $\text{Res}_{\Pi}^+(\lambda)$ . It is a generalized quadrangle. If  $\text{Res}_{\Pi}^+(\lambda)$  admits a spread and is of order  $(t, s)$ , we construct a generalized quadrangle  $\Gamma$  of order  $(t^2, st)$ : The points of  $\Gamma$  are the lines of a spread  $\mathcal{L}$  of  $\Pi$  and there is a covering  $\mathcal{D}$  of  $\Pi$  by 3-spaces such that for each  $\lambda \in \mathcal{L}$ , the covering  $\mathcal{D}$  induces a spread in  $\text{Res}_{\Pi}^+(\lambda)$ . Dualizing  $\Pi$ , the point set  $\bigcup_{X \in \mathcal{D}} X^\perp$  of the dual polar space  $\Delta$  being the dual of  $\Pi$  is a hyperplane of  $\Delta$ .

We characterize the generalized quadrangle  $\Gamma$  for the classical polar spaces: If  $\Pi \cong Sp_8(q)$ , then  $\Gamma$  is a symplectic generalized quadrangle  $Sp_4(q^2)$ . If  $\Pi \cong O_{10}^-(q)$ , then  $\Gamma$  is a hermitian generalized quadrangle  $H_5(q^2)$ . For the hermitian polar space  $\Pi \cong H_9(q^2)$ ,  $q \geq 3$ , the existence of a spread of  $\text{Res}_{\Pi}^+(\lambda)$  for a line  $\lambda$  of  $\Pi$  is an open question. Assuming the existence of such a spread, our construction could yield a generalized quadrangle of order  $(q^4, q^5)$ .

**Christian Richter**    Université de Paris

**Aicke Hinrichs**    FSU Jena

#### Gegenbeispiele zu Knasters Vermutung

AMS(MOS)-Klassifikation: 55M20; 52A20, 54H25

1947 stellte B. Knaster folgende Frage: Gibt es zu jeder stetigen Funktion  $f : \mathbb{S}^{n-1} \rightarrow \mathbb{R}^m$  und beliebig vorgegebenen  $n - m + 1$  Punkten  $p_1, \dots, p_{n-m+1} \in \mathbb{S}^{n-1}$  immer eine Rotation  $\varrho \in SO(n)$  derart, daß  $f(\varrho(p_1)) = \dots = f(\varrho(p_{n-m+1}))$  gilt?

Schon 1944 wurde die in Frage stehende Aussage von H. Hopf für den Fall  $m = n - 1$  als Verallgemeinerung des Borsuk-Ulam-Theorems bewiesen. Der einzige weitere Fall, für den Knasters Vermutung bestätigt werden konnte, ist  $(n, m) = (3, 1)$  (E.E. Floyd, 1955).

Erst seit Mitte der 1980er Jahre sind Gegenbeispiele bekannt (für  $m \geq 3$  von V.V. Makeev 1986, I.K. Babenko, S.A. Bogatyř 1989, W. Chen 1998; für  $m = 2$ ,  $n = 4$  von W. Chen 1998; für  $m = 1$  und  $n > 10^{12}$  von B.S. Kashin, S.J. Szarek 2003).

Im Vortrag soll Knasters Vermutung im Fall  $m = 2$  für alle  $n \geq 5$  und im Fall  $m = 1$  für  $n \in \{61, 63, 65\}$  und alle  $n \geq 67$  widerlegt werden. Die aktuellen Gegenbeispiele beruhen auf lokalen Eigenschaften von Supremumsnormen.

**Rolf Schneider** Universität Freiburg  
**Fuchang Gao** University of Idaho, Moscow  
**Daniel Hug** Universität Freiburg

### Ein Extremalproblem für sphärisch konvexe Mengen

AMS(MOS)-Klassifikation: 52A40

Unter allen konvexen Körpern gegebenen Volumens haben genau die Kugeln das kleinste Haarsche Maß der Menge der sie treffenden Hyperebenen. Im euklidischen Raum ist diese Aussage nichts anderes als die alte Ungleichung von Urysohn für die mittlere Breite, aber im sphärischen oder hyperbolischen Raum ist sie neu und muss auf andere Art bewiesen werden. Wir geben einen Beweis durch Zweipunkt-Symmetrisierung. Im sphärischen Raum kann die erhaltene Ungleichung umgedeutet werden als ein Gegenstück zur Blaschke-Santaló-Ungleichung für die Volumina polarer Körper; sie kann auch daraus hergeleitet werden.

### Markus Stroppel

Universität Stuttgart

### Polaritäten kompakter Ebenen

AMS(MOS)-Klassifikation: 51H20, 51A10, 51A35, 51A40

Eine kompakte projektive Ebene ist eine projektive Ebene  $(P, G, F)$  mit kompaktem Punkt-raum  $P$  und kompaktem Geradenraum  $G$  derart, dass die Fahnenmenge  $F$  abgeschlossen im cartesianischen Produkt von  $P$  mit  $G$  liegt. Von Salzmann und anderen wurden alle kompakten projektiven Ebene mit hinreichend großer Automorphismengruppe bestimmt. Innerhalb dieser Klasse werden nun diejenigen Ebenen bestimmt, die eine Polarität (d.h. einen involutorischen Isomorphismus auf die duale Ebene) zulassen. Die Polaritäten werden bis auf Konjugiertheit klassifiziert: Die klassischen Ebenen sind durch die hohe Zahl an Konjugiertenklassen von Polaritäten ausgezeichnet. Zu jeder Polarität wird das polare Unital (bestehend aus der Menge  $U$  aller absoluten Punkte und den Spuren der Sekanten auf  $U$ ) bestimmt. Es ergeben sich durchweg Sphären in den von den klassischen Beispielen her bekannten Dimensionen. Die Frage, welche dieser Unital sich aus der Wirkung des Zentralisators der Polarität rekonstruieren lassen, wird abschließend geklärt.

### Walter Wenzel

TU Chemnitz

### Geordnete Mengen, Verbände und Zwischenrelationen

Für eine Menge  $X$  mit mindestens 3 Elementen wird eine umkehrbar eindeutige Korrespondenz zwischen den auf  $X$  definierten Zwischenrelationen, die bestimmte Axiome erfüllen, und den auf  $X$  definierten Paaren inverser Ordnungsrelationen " $<$ ", " $>$ " vorgestellt, für die das Hasse-Diagramm zusammenhängend ist und jede maximale Kette mindestens 3 Elemente besitzt. Für eine Ordnung " $<$ " ist die zugehörige Zwischenrelation gegeben durch

$$\mathcal{B} = \{(x, y, z) \in X^3 \mid x < y < z \text{ oder } z < y < x\} .$$

Unter Hinzunahme von zwei weiteren Axiomen wird auch eine umkehrbar eindeutige Korrespondenz zwischen allen Paaren dualer Verbände auf  $X$  und den Zwischenrelationen angegeben.

In folgenden Zusammenhängen ist die Zwischenrelation eher natürlicher als die Ordnungsrelation:

- Beim Studium von Geraden  $X$  in reellen Vektorräumen oder allgemeiner von doppel-punktfreien, nicht geschlossenen Kurven auf Mannigfaltigkeiten.
- Bei Paaren dualer Polytope oder dualer Projektiver Räume.
- Bei Galois-Verbindungen.

**Annette Werner**

Universität Münster

**Kompaktifizierung von Bruhat-Tits Gebäuden**

AMS(MOS)-Klassifikation: 20E42, 20G25

Zu jeder reduktiven Gruppe über einem  $p$ -adischen Körper kann man einen metrischen Raum mit einer simplizialen Struktur definieren, das sogenannte Bruhat-Tits Gebäude. Man kann es als  $p$ -adisches Analogon Riemannscher symmetrischer Räume betrachten.

Im Falle der Gruppe  $\mathrm{PGL}(V)$  entsprechen die Punkte des Bruhat-Tits Gebäudes den Normen auf dem Vektorraum  $V$ . Wir definieren eine Kompaktifizierung des Gebäudes, deren Punkte sich mit den Seminormen auf  $V$  identifizieren lassen. Diese Kompaktifizierung lässt sich topologisch mit einer abgeschlossenen Teilmenge des projektiven analytischen Berkovich-Raums identifizieren.

**Steffen Winter** FSU Jena

**Marta Llorente** FSU Jena

**Martina Zaehle** FSU Jena

**A notion of Euler characteristic for self-similar fractals**

Introduced as a (topological and geometric) invariant of polyhedra the notion of Euler characteristic has been extended to many different and more general settings like manifolds, the convex ring or CW-complexes, using geometric and algebraic concepts. Via the Gauss-Bonnet formula its connection to curvature becomes clear and it is often referred to as the "0-th total curvature measure".

Many fractal sets are too complicated to fit into any of these settings and a suitable concept of Euler characteristic (and curvature measures) is missing. A starting point is the observation that  $\epsilon$ -neighborhoods  $A_\epsilon$  of a compact set  $A \subset \mathbb{R}^d$  are typically „smoother“ than the set  $A$  itself and that for instance for polyconvex sets, the Euler characteristic  $\chi$  of a set can be obtained as a limit of the Euler characteristics of its  $\epsilon$ -neighborhoods, as  $\epsilon \rightarrow 0$ . We

---

investigate this limiting behaviour for self-similar sets  $K$ . Here typically some rescaling is necessary for a limit (or averaged limit) to exist, i.e. the expression  $\epsilon^s \chi(K_\epsilon)$  has to be studied as  $\epsilon \rightarrow 0$  for a suitably chosen  $s$ . We give sufficient conditions for limits to exist, state some of their properties and calculate explicit examples.



# Sektion 6

## Differentialgeometrie, Geometrische Analysis

### Vorträge

<b>Stefan Bechtluft-Sachs</b>	Eine simpliziale Berechnung kleiner Eigenwerte geometrischer Operatoren
<b>Daniel Grieser</b>	Eigenfunktionen des Laplace-Operators auf Riemannsche Mannigfaltigkeiten
<b>Sonja Pods</b>	Informationsübertragung durch horizontale Lifts und mit Hilfe von Heisenbergalgebren
<b>Christine Scharlach</b>	3-dimensional affine immersions admitting pointwise symmetries
<b>Mike Scherfner</b>	Über isoparametrische Hyperflächen in $S^5(1)$ und eine Vermutung von S. S. Chern

**Stefan Bechtluft-Sachs**

Universität Regensburg

**Eine simpliziale Berechnung kleiner Eigenwerte geometrischer Operatoren**

We present a procedure to compute the small eigenvalues of an elliptic first order self adjoint (e.g. Dirac-) operator on a compact Riemannian manifold from a simplicial discretisation. The errors are estimated in terms of constants arising in the Garding and Sobolev inequalities, which are interesting geometric invariants in their own right.

**Daniel Grieser**

Universität Bonn

**Eigenfunktionen des Laplace-Operators auf Riemannsche Mannigfaltigkeiten**

AMS(MOS)-Klassifikation: 35Pxx, 58J50

Wir geben einen Ueberblick ueber Resultate, die quantitative und qualitative Eigenschaften der Eigenfunktionen des Laplace-Operators auf einer kompakten Riemannschen Mannigfaltigkeit mit deren Geometrie in Verbindung bringen. Insbesondere betrachten wir Maximuma,  $L^p$ -Normen und Nullstellenmengen von Eigenfunktionen niedriger und hoher Energie.

**Sonja Pods**

Universität Mannheim

**Informationsübertragung durch horizontale Lifts und mit Hilfe von Heisenbergalgebren**

AMS(MOS)-Klassifikation: 22E25 22E27 22E70 53C27 94A12

Ziel ist es, eine einfache Informationsübertragung mit Mitteln der Differentialgeometrie und der harmonischen Analysis zu modellieren. Ausgangspunkt ist ein orientierter dreidimensionaler euklidischer Raum. Er wird aufgespalten in eine informationstragende Ebene und eine dazu orthogonale Gerade, die die Richtung der Informationsübermittlung angibt. Information kann nun entlang horizontaler Lifts eines Prinzipalbündels übermittelt werden.

Der euklidische Raum trägt außerdem die Struktur einer Heisenbergalgebra. Zusammen mit einer periodischen Zeit erhält man aus der Ebene eine Heisenberggruppe. Die Betrachtung von Schrödingerdarstellungen erlaubt somit eine Modulation von Information auf Signalen. Diese Struktur ist für jede  $2 + 1$ -Aufspaltung des euklidischen Raums möglich.

Die Tatsache, dass die Zentren der Heisenberggruppen die spezielle unitäre Gruppe in den Quaternionen bilden, erlaubt es, Verbindungen zwischen Schrödingerdarstellungen und Spin  $1/2$ -Darstellungen zu diskutieren.

Eine weitere Anwendung dieser geometrischen Strukturen findet sich in einer Beschreibung der Bildgebung in der Magnetresonanztomographie.

**Christine Scharlach** TU Berlin

**Luc Vrancken** Université Valenciennes (UHVC)

**3-dimensional affine immersions admitting pointwise symmetries**

AMS(MOS)-Klassifikation: 53A15

In (equi-)affine differential geometry, the most important algebraic invariants are the affine (Blaschke) metric  $h$ , the affine shape operator  $S$  and the difference tensor  $K$ . A hypersurface is said to admit a pointwise symmetry if at every point there exists a linear transformation preserving the affine metric, the affine shape operator and the difference tensor  $K$ . The study of submanifolds which admit pointwise isometries was initiated by Bryant (he studied 3-dimensional Lagrangian submanifolds of  $\mathbb{C}^3$ ).

For 3-dimensional positive definite affine hypersurfaces, we discuss the possible groups which can act on the algebraic invariants. We give a classification for most of the groups and show how the resulting hypersurfaces can be constructed starting from 2-dimensional positive definite affine spheres.

**Mike Scherfner**

TU Berlin

**Über isoparametrische Hyperflächen in  $S^5(1)$  und eine Vermutung von S. S. Chern**

AMS(MOS)-Klassifikation: 53B25, 53C40

Im Vortrag wird ein kurzer Überblick über die bisher geleistete Arbeit zum Beweis einer Vermutung von S. S. Chern über isoparametrische Hyperflächen in  $S^{n+1}(1)$  gegeben. Im Anschluss daran wird dargelegt, unter welchen Einschränkungen ein Beweis im Fall von Hyperflächen  $M^4 \subset S^5(1)$  gegeben werden kann.



# Sektion 7

## Mathematische Physik

### Übersichtsvorträge

<b>Malte Henkel</b>	Lokale Skaleninvarianz: Anwendungen der konformen Invarianz auf Alterungsphänomene
<b>Michael Keyl</b>	Verschränktheitseigenschaften von Quantenspinsystemen
<b>Tyll Krüger</b>	The quantum Shannon-McMillan-theorem and related topics
<b>Fernando Lledó</b>	Duality of compact groups and Hilbert $C^*$ -systems
<b>Franz Merkl</b>	Statistics of the Riemann zeta zeros on moderate scales
<b>Norbert Peyerimhoff</b>	Random Schrödinger operators on Riemannian manifolds
<b>Markus Pflaum</b>	Über die Quantisierung und Nichtkommutative Geometrie singulärer Phasenräume
<b>Stefan Teufel</b>	Adiabatische Störungstheorie in der Quantendynamik
<b>Michael M. Wolf</b>	On the irreversibility of entanglement distillation

### Vorträge

<b>Jonathan Harrison</b>	Spectral statistics for the Dirac operator on graphs
<b>Nikolai Neumaier</b>	Invariante Sternprodukte auf Kähler-Mannigfaltigkeiten
<b>Jürgen Roßmann</b>	Randwertprobleme für elliptische Systeme 2.Ordnung in Polyedergebieten
<b>Hermann Schulz-Baldes</b>	Störungsrechnung für Lyapunov Exponenten

**Jonathan Harrison** Universität Ulm

**Jens Bolte** Universität Ulm

**Spectral statistics for the Dirac operator on graphs**

AMS(MOS)-Klassifikation: 81Q50

Quantizing a graph with the Dirac operator we obtain a system with spin-1/2 whose analogous classical dynamics are chaotic. According to the conjecture of Bohigas Giannoni and Schmit [1] in the semiclassical limit the spectral statistics of such systems correspond to those of random matrices. For the scattering matrix the statistics of the circular symplectic ensemble (CSE) are expected when the system has time-reversal symmetry and half-integer spin and those of the circular orthogonal ensemble (COE) for systems with time-reversal symmetry and integer spin. The form factors of the CSE and COE are closely related. We derive the same connection between form factor expansions of graphs quantised with the Dirac operator, spin-1/2, and the Schroedinger operator, spin-0. An irreducible quaternionic representation of the group of spin transformations generates CSE statistics [2].

[1] Bohigas O, Giannoni M-J and Schmit C (1984) Phys. Rev. Lett. 52 1-4

[2] Bolte J and Harrison J M (2003) J. Phys. A: Math. Gen. 36 L433-L440

**Malte Henkel** Université Nancy I

**Jeremie Unterberger** Inst. E. Cartan, Nancy

**Lokale Skaleninvarianz: Anwendungen der konformen Invarianz auf Alterungsphänomene**

Alterungsphänomene sind Beispiele für kritisches Verhalten fern vom Gleichgewicht, das durch den dynamischen Exponenten  $z$  charakterisiert ist. In Analogie zur konformen Invarianz suchen wir eine Verallgemeinerung des dynamischen Skalenverhaltens in Richtung auf eine *lokale* Skaleninvarianz mit einem raumzeitabhängigen Reskalierungsfaktor  $b = b(t, \mathbf{r})$ .

Infinitesimale lokale Skalentransformationen werden für beliebiges  $z$  explizit konstruiert. Diese sind kinematische Symmetrien gewisser freier und nichtlokaler Feldtheorien. Die Hypothese der lokalen Skaleninvarianz erlaubt es, die nichttrivialen Zweipunktfunktionen exakt zu bestimmen. Im Spezialfall  $z = 2$  läßt sich die Liealgebra der lokalen Skaleninvarianz, die sogenannte Schrödingeralgebra  $\mathfrak{sch}_d$ , in natürlicher Weise in die konforme Algebra  $\mathfrak{conf}_{d+2}$  einbetten. Die parabolischen Unteralgebren von  $\mathfrak{conf}_{d+2}$  können physikalische Alterungsphänomene beschreiben, was anhand von Beispielen erläutert wird. Mittels der Wardidentitäten der Schrödingerinvarianz zeigen wir, daß, für  $z = 2$ , dynamische Skaleninvarianz und Galileiinvarianz für die Bestimmung der Form der Zweipunktfunktionen hinreichend sind.

[1] M. Henkel, Nucl. Phys. **B641**, 405 (2002).

[2] M. Henkel und J. Unterberger, Nucl. Phys. **B660**, 407 (2003).

**Michael Keyl** TU Braunschweig

**D. Schlingemann** TU Braunschweig

**R. F. Werner** TU Braunschweig

### Verschränktheitseigenschaften von Quantenspinsystemen

AMS(MOS)-Klassifikation: 81P68, 81R15, 82B10, 46L60

In [1] werden Zustände unendlichdimensionaler Systeme untersucht, die als unerschöpfliche Verschränktheitsresource dienen können („infinite one-copy entanglement“). Genauer gesagt: *ein System* in einem solchen Zustand reicht aus um Aufgaben wie das Teleportieren unendlich vieler Qubits auszuführen. Im Rahmen der üblichen Verschränktheitstheorie (Dichteoperatoren auf Tensorprodukt-Hilberträumen) läßt sich dies nicht erreichen – auch wenn Größen wie die „Distillierbare Verschränktheit“ divergieren. Einen möglichen Ausweg bietet jedoch die Verallgemeinerung des Begriffs der „lokalen Observablenalgebra“ und es zeigt sich, daß Zustände mit infinite one-copy entanglement in natürlicher Weise bei der Beschreibung von Systemen mit unendlich vielen Freiheitsgraden auftreten (siehe [1] für Details).

In diesem Vortrag soll nun der Frage nachgegangen werden, ob diese spezielle Form der Verschränktheit durch Grundzustände von Quanten-Spinketten (bei geeigneter „nächster Nachbar“ Wechselwirkung) realisiert werden kann. Dabei betrachten wir die Kette als bipartites System, dessen Subsysteme durch linke und rechte Halbkette gegeben sind. Als konkretes Beispiel soll in diesem Zusammenhang insbesondere das XY-Modell betrachtet werden, dessen Grundzustand explizit bekannt ist [2].

1. M. Keyl, D. Schlingemann, R. F. Werner, Infinitely entangled states, QIC 3, 281-306 (2003); quant-ph/0212014 (2002)
2. H. Araki, T. Matsui, Ground States of the XY model, Commun. Math. Phys. 101, 213-245 (1985)

**Tyll Krüger** Universität Bielefeld

**Igor Bjelakovich** TU Berlin

**Rainer Siegmund-Schultze** TU Berlin

**Arletta Szkola** TU Berlin

### The quantum Shannon-McMillan-theorem and related topics

The Shannon-McMillan theorem is of fundamental importance in classical information theory, ergodic theory and probability theory. It is natural to ask, whether an analogous statement holds in the noncommutative setting of quantum information theory. For ergodic quantum sources we could prove a corresponding theorem with the von Neumann entropy replacing the classical metric entropy. Some generalizations and applications will be discussed.

**Fernando Lledó**      RWTH Aachen  
**Hellmut Baumgärtel**    Universität Potsdam

**Duality of compact groups and Hilbert C\*-systems**

The superselection theory in local quantum physics, as stated by Doplicher-Haag-Roberts in the late sixties, led to a profound body of work, culminating in a new duality theory for compact groups [1,2]. In particular, let  $\mathcal{A}$  be a C\*-algebra with a trivial center  $\mathcal{Z} = \mathbb{C}\mathbb{1}$  and denote by  $\mathcal{T}_c$  a suitable family of endomorphisms of  $\mathcal{A}$  (a so-called DR-category). Then the result by Doplicher/Roberts says that one can associate to the pair  $(\mathcal{A}, \mathcal{T}_c)$  an essentially unique Hilbert C\*-system  $(\mathcal{F}, \mathcal{G})$ , where  $\mathcal{G}$  is a compact group of automorphisms of  $\mathcal{F}$ ,  $\mathcal{A}$  is the corresponding fixed point algebra and  $\mathcal{A}' \cap \mathcal{F} = \mathbb{C}\mathbb{1}$ .

We generalize this result [joint work with Hellmut Baumgärtel, U. Potsdam] to the case where  $\mathcal{A}$  has a nontrivial center  $\mathcal{Z} \supset \mathbb{C}\mathbb{1}$  and the corresponding Hilbert C\*-system with compact group  $\mathcal{G}$  satisfies the minimality condition  $\mathcal{A}' \cap \mathcal{F} = \mathcal{Z}$ . For the characterization of such systems a (non full) inclusion of categories  $\mathcal{T}_c < \mathcal{T}$  naturally appears, where  $\mathcal{T}_c$  is a DR-category and  $\mathcal{T}$  is a certain C\*-category of endomorphisms of  $\mathcal{A}$ .

In this context the semigroup generated by the irreducible endomorphisms in  $\mathcal{T}$  becomes an automorphism group when restricted to  $\mathcal{Z}$ . We will also state recent results on the relation of  $\widehat{\mathcal{G}}$  (the dual of  $\mathcal{G}$ ) with the mentioned group of automorphism on  $\mathcal{Z}$ . For this we introduce an abelian group  $\mathcal{K}$  (the so-called *chain group*) with the help of a natural equivalence relation in  $\widehat{\mathcal{G}}$ .

### References

- [1] S. Doplicher and J.E. Roberts, *Why there is a field algebra with compact gauge group describing the superselection structure in particle physics*, Commun. Math. Phys. **131** (1990), 51–107.
- [2] S. Doplicher and J.E. Roberts, *A new duality for compact groups*, Invent. Math. **98** (1989), 157–218.
- [3] H. Baumgärtel and F. Lledó, *An application of DR-duality theory for compact groups to endomorphism categories of C\*-algebras with nontrivial center*, Fields Inst. Commun. **30** (2001), 1–10.

**Franz Merkl**  
 Universität Leiden

**Statistics of the Riemann zeta zeros on moderate scales**

The talk will be concerned with the vertical empirical distribution of the Riemann zeta zeros. I will report about some recent examinations of the distribution of Riemann zeta zeros on larger scales than the „typical“ distance between neighboring zeros, using test functions with

varying degrees of regularity. In particular, I will examine convergence to a Gaussian process (which is different from white noise) for a large class of possibly non-smooth test functions.

**Nikolai Neumaier**      Universität Frankfurt a.M.

**Michael F. Müller-Bahns**      Universität Mannheim

**Invariante Sternprodukte auf Kähler-Mannigfaltigkeiten**

AMS(MOS)-Klassifikation: 53D55, 53D20

Im Vortrag werden die Grundlagen für die Phasenraumreduktion von (pseudo-)Kähler-Mannigfaltigkeiten im Rahmen der Deformationsquantisierung bereitgestellt. Hierzu betrachten wir zunächst Sternprodukte, die der komplexen Struktur geeignet angepaßt sind - sogenannte Sternprodukte vom Wick-Typ - und finden notwendige und hinreichende Kriterien, unter denen diese Sternprodukte invariant unter einer Lie-Gruppen- bzw. Lie-Algebren-Aktion sind. Invarianz bedeutet hierbei, daß die Gruppe durch Automorphismen bzw. die Lie-Algebra durch Derivationen der Sternproduktalgebra agiert. Dieses Ergebnis liefert schließlich auch die Klassifikation der invarianten Sternprodukte vom Wick-Typ, die auf der Klassifikation der Sternprodukte vom Wick-Typ nach A. Karabegov basiert. Ferner betrachten wir die natürliche Verallgemeinerung einer klassischen Impuls-Abbildung im Rahmen der Deformationsquantisierung und finden auch hier notwendig und hinreichende Kriterien für die Existenz solcher Quanten-Impuls-Abbildung. Diese Kriterien erweisen sich als Deformationen der Obstruktionen für die Existenz der klassischen Impuls-Abbildung, so daß insbesondere für halbeinfache Lie-Algebren die Existenz und Eindeutigkeit von Quanten-Impuls-Abbildungen für invariante Sternprodukte immer gewährleistet ist.

**Norbert Peyerimhoff**      Universität Bochum

**I. Veselic**

**D. Lenz**

**Random Schrödinger operators on Riemannian manifolds**

AMS(MOS)-Klassifikation: 82B44, 58J35, 47B80

We present a framework for random Schrödinger operators on Riemannian manifolds where the randomness enters both via the metric and the potential. We prove non-randomness of the spectral features and existence and a Shubin trace formula for the integrated density of states.

**Markus Pflaum**

Universität Frankfurt a.M.

**Über die Quantisierung und Nichtkommutative Geometrie singulärer Phasenräume**

Die in Eichtheorien oder bei der symplektischen Reduktion Hamiltonscher Systeme auftretenden Phasenräume sind in der Regel keine glatten Mannigfaltigkeiten mehr, sondern

besitzen Singularitäten. Die bisherigen Methoden zur Deformationsquantisierung im glatten Fall können jedoch nicht ohne weiteres auf Räume mit Singularitäten übertragen werden. In dem Vortrag soll die entsprechende Problematik genauer erläutert und gezeigt werden, wie man sogenannte symplektische Orbifolds quantisieren kann. Desweiteren wird auf die Verbindung zur Nichtkommutativen Geometrie von Funktionsalgebren auf singulären Phasenräumen eingegangen.

**Jürgen Roßmann**

Universität Rostock

**Randwertprobleme für elliptische Systeme 2.Ordnung in Polyedergebieten**

Es werden verschiedene Randwertprobleme (Dirichlet-, Neumann-, gemischte Randbedingungen) für allgemeine lineare elliptische Systeme 2. Ordnung betrachtet. Mittels punktweiser Abschätzungen der Greenschen Matrix können Regularitätsaussagen für die schwache Lösung in gewichteten Sobolev- und Hölderräumen bewiesen werden. Anwendungsbeispiele sind das Lamésche System in der linearen Elastizitätstheorie und das Stokessche System in der Hydrodynamik.

**Hermann Schulz-Baldes**

TU Berlin

**Störungsrechnung für Lyapunov Exponenten**

Es wird eine Asymptotik fuer den kleinsten Lyapunov Exponenten eines Anderson Modells auf einem Streifen endlicher Breite vorgestellt.

**Stefan Teufel**

TU München

**Adiabatische Störungstheorie in der Quantendynamik**

AMS(MOS)-Klassifikation: 81Q15, 47G30,35Q40

In vielen physikalischen Systemen beobachtet man eine Trennung in schnelle und langsame dynamische Variable. Die Trennung der Zeitskalen erlaubt es, unter geeigneten Voraussetzungen, die Dynamik der langsamen Freiheitsgrade in guter Naeherung durch effektive Bewegungsgleichungen zu beschreiben. Diese beruecksichtigen den Einfluss der schnellen Freiheitsgrade in reduzierter Form ohne letztere noch als dynamische Variable zu enthalten.

Es wird eine Methode vorgestellt, welche in quantenmechanischen Systemen mit zwei Zeitskalen eine asymptotische Entwicklung des effektiven Hamiltonoperators, des Generators der effektiven Zeitentwicklung, zu beliebiger Ordnung erlaubt. Der Entwicklungsparameter ist eine dimensionslose Groesse, welche die Separation der Zeitskalen beschreibt. Die fuer die mathematische Behandlung entscheidende Beobachtung ist, dass sich der Hamiltonoperator

in einem solchen System als parameterabhangiger Pseudodifferentialoperator mit operatorwertigem Symbol darstellen laesst. Unter geeigneten Voraussetzungen an das Spektrum des Symbols kann der Operator mit Methoden der mikrolokalen Analysis naeherungsweise in blockdiagonale Form gebracht werden. Die einzelnen Bloecke lassen sich wiederum mit Methoden der semiklassischen Analysis behandeln. Als Anwendungsbeispiele werden Resultate zur Born- Oppenheimer Naehung in der Molekueledynamik und zur ‘‘Peierls Substitution’’ in der Festkoerperphysik vorgestellt. In beiden Faellen erhaelt man mit Hilfe der adiabatischen Stoerungstheorie die mathematische Ableitung wichtiger Naehungsgleichungen einschliesslich Korrekturen hoeherer Ordnung.

**Michael M. Wolf** Max-Planck-Institut Garching

**K.G.H. Vollbrecht** TU Braunschweig

**R.F. Werner** Max-Planck-Institut Garching

**On the irreversibility of entanglement distillation**

We investigate the question how much of the entanglement used up in the preparation of a quantum state can be recovered again by entanglement distillation. That is, how much of the entanglement remains a useful resource and how much is irreversibly lost in the preparation process?

To this end we consider a symmetric  $d-1$  parameter family of mixed bipartite density operators acting on Hilbert spaces of arbitrary dimension  $d \times d$ . For this set of quantum states the question whether or not entanglement distillation is reversible is closely related to entropic uncertainty relations. This relation together with the high symmetry of the density operators enables us to prove that irreversibility is generic. Moreover, the reversible cases are completely characterized by minimal uncertainty vectors for the entropic uncertainty relations.



# Sektion 8

## Numerik, Wissenschaftliches Rechnen, Visualisierung

### Vorträge

<b>Maria Charina-Kehrein</b>	Regularität multivariater Vektor-Subdivision
<b>Gilbert Crombez</b>	Non-monotoneous iteration for solving convex feasibility problem
<b>Jozsef Grof</b>	Einige Modifizierungen der Szász-Operatoren
<b>Janos Gyorvari</b>	Spezielle Spline-Funktionen und das Cauchy-Problem
<b>Serge Kraeutle</b>	The domain decomposition method CGBI and applications to flow problems
<b>Günter Mayer</b>	Einschließung von Lösungen singulärer linearer Gleichungssysteme
<b>Daniel Potts</b>	Schnelle Fourier-Transformationen für nichtäquivalente Daten und Anwendungen
<b>Christian Rohde</b>	Applications in Solar Physics
<b>Arnd Rösch</b>	Superkonvergenzeffekte bei Optimalsteuerproblemen
<b>Andrea Walther</b>	Explicit Taylor methods for the Integration of high-index DAEs
<b>Joachim Weickert</b>	Relations between Nonlinear Denoising Methods in Signal and Image Processing

**Maria Charina-Kehrein**

Universität Dortmund

**Regularität multivariater Vektor-Subdivision**

Vektor-Subdivision ist ein effizientes Rechenverfahren zur rekursiven Bestimmung dichter werdender Gitter im  $R^s$ ; die Daten in den Gitterpunkten sind Vektoren in  $R^n$ . Mit jedem Rekursionsschritt erhält man ein neues Vektorgitter durch gewichtete Mittelung der zuvor berechneten Vektoren. Die Gewichte, die durch Matrizen gegeben sind, bilden die sogenannte Verfeinerungsmaske. Vektor-subdivision spielt eine wichtige Rolle bei der Analyse multivariater verfeinerbarer Funktionen und im Zusammenhang mit Multiwavelets.

Wir untersuchen die Konvergenz und die Regularität multivariater Vektor-Subdivision mit allgemeinen Verfeinerungsmasken, indem wir einen Differenzenoperator auf das gegebene Schema anwenden. Mit einer speziellen Konvergenzeigenschaft dieses Subdivisions-Schemas lässt sich die Konvergenz des ursprünglichen Subdivisions-Schemas charakterisieren. Durch mehrfache Anwendung des Differenzenoperators gewinnen wir auch Aussagen über die Regularität des ursprünglichen Subdivisions-Schemas.

**Gilbert Crombez**

Universität Ghent

**Non-monotoneous iteration for solving convex feasibility problem**

AMS(MOS)-Klassifikation: 47N10, 65B99

The so-called convex feasibility problem can be stated as follows: given a finite number of closed convex sets having nonempty intersection in an Euclidean space, find a point in that intersection. When the individual convex sets are such that for each of them its corresponding metric projection operator is explicitly known, the method of projections onto convex sets is often very well suited to solve that problem: by using the projection operators in a suitable manner, either a sequential or a parallel algorithm can lead to the construction of a sequence that converges to a point in the intersection. However, convergence of the sequence may be slow. Different causes may be responsible for that often slow convergence; in particular, it seems that also the monotoneous convergence behaviour of the classical converging algorithms may have a negative influence, when the converging sequence enters some narrow corridor between two or more convex sets. For that reason, it may be favourable when the algorithm causes from time to time a "jump" to make it possible to leave a bad corridor; in turn, such jump may result in a non-monotoneous behaviour of the sequence, but nevertheless it is needed that the sequence is still converging. In our talk, we present some possibilities to create non-monotoneous convergence, and we compare the results concerning speed of convergence by using different types of algorithms for several feasibility problems.

**Jozsef Grof**

University of Veszprém

**Einige Modifizierungen der Szász-Operatoren**

AMS(MOS)-Klassifikation: 41A35

Ausgegangen von dem wohlbekannten Szász-Operator  $S_n$ , definierten wir den Operator  $H_n$  folgendermassen:

$$H_n(f; x) := \frac{1}{e^{nx} + e^{-nx}} \sum_{k=0}^{\infty} \left[ f\left(\frac{k}{n}\right) + (-1)^k f\left(-\frac{k}{n}\right) \right] \frac{(nx)^k}{k!}$$

$$(-\infty < x < \infty, \quad n = 1, 2, 3, \dots).$$

$S_n$  ist nur im Intervall  $[0, \infty[$  zur Approximation geeignet,  $H_n$  ist auf der ganzen Zahlengeraden anwendbar. Dagegen besitzt  $H_n$  eine nachteilige Eigenschaft: Es existieren beschränkte, im Intervall  $[0, \infty[$  stetige Funktionen  $f : R \rightarrow R$  derart, dass die Konvergenz  $H_n(f; x) \rightarrow f(x)$  ( $n \rightarrow \infty$ ) für keine einzige positive Zahl  $x$  zutrifft. Um diesen Nachteil zu beseitigen, führen wir in der Definition von  $H_n$  einige Modifizierungen durch, und legen einige Eigenschaften des neuen Operators dar.

(Die Teilnahme an der Konferenz wird durch die Stiftung Hans Pape, Dortmund, Dr. h. c. der Universität Veszprém unterstützt.)

**Janos Gyorvari**

University of Veszprém

**Spezielle Spline-Funktionen und das Cauchy-Problem**

AMS(MOS)-Klassifikation: 65L05

Zuerst definieren wir eine spezielle Spline-Funktion durch eine Rekursion bezüglich des Intervalls und dabei benutzen wir Polynome oder Integralfunktionen.

Im zweiten Schritt benutzen wir in der Definition der Spline-Funktion in jedem Intervall auch Polynome und Integralfunktionen und geben die Spline-Funktion mit Rekursionen an.

Mit diesen speziellen Spline-Funktionen geben wir einige numerische Methoden für das Cauchy-Problem

$$\begin{aligned} y''(x) &= f(x, y(x), y'(x)) & x \in [0; 1] \\ y(0) &= y_0 \\ y'(0) &= y'_0 \end{aligned}$$

wobei  $f(x, y, z) \in C^r([0; 1] \times R^2)$  und  $f^{(q)}(x, y, z) \in Lip_L 1$  ist.

Wir geben auch Konvergenz-Sätze an.

(Die Teilnahme an der Konferenz wird durch die Stiftung Hans Pape, Dortmund, Dr. h. c. der Universität Veszprém unterstützt.)

**Serge Kraeutle**

Universität Erlangen

**The domain decomposition method CGBI and applications to flow problems**

AMS(MOS)-Klassifikation: 65N55, 65Y05, 76D05, 65M70

The Conjugate Gradient Boundary Iteration (CGBI) is a domain decomposition method for symmetric elliptic problems on domains with large aspect ratio. For the solution of the local subdomain problems, both Finite Element and spectral Chebyshev methods are considered. High efficiency is reached by the construction of 'cheap' preconditioners that are acting only on the subdomain interfaces. The theoretical derivation of the CGBI method and some numerical results revealing a convergence rate of 0.01-0.1 per iteration step are given. Application of CGBI to the Navier–Stokes flow past an obstacle in a channel and past a backward facing step are presented. The application to other computational domains is discussed.

**Günter Mayer** Universität Rostock

**Götz Alefeld** Universität Karlsruhe

**Einschließung von Lösungen singulärer linearer Gleichungssysteme**

AMS(MOS)-Klassifikation: 65G10

Wendet man die Richardson–Zerlegung auf ein konsistentes lineares Gleichungssystem  $Cx = b$  mit einer singulären  $n \times n$  Matrix  $C$  an, so erhält man ein Iterationsverfahren  $x^{k+1} = Ax^k + b$ , bei dem die Iterationsmatrix  $A$  den Eigenwert eins besitzt. Es ist bekannt, dass jede Iteriertenfolge genau dann gegen einen Vektor  $x^* = x^*(x^0)$  konvergiert, (der vom Startvektor  $x^0$  abhängen darf,) wenn  $A$  semikonvergent ist. Um solche Vektoren  $x^*$  einzuschließen, betrachten wir die entsprechende Intervalliteration  $[x]^{k+1} = [A][x]^k + [b]$  mit einer  $n \times n$  Intervallmatrix  $[A]$  und einem  $n$ -komponentigen Intervallvektor  $[b]$ . Von O. Mayer stammt ein Resultat, nach dem der Grenzwert  $[x]^*$  jeder Iteriertenfolge genau dann existiert und vom Startvektor  $[x]^0$  unabhängig ist, wenn der Spektralradius  $\rho(|[A]|)$  kleiner als eins ist, wobei  $|[A]|$  die Betragmatrix von  $[A]$  bezeichnet. Für  $|[A]|$  irreduzibel und  $\rho(|[A]|) = 1$  leiten wir ein notwendiges und hinreichendes Kriterium für die Existenz des Grenzwerts  $[x]^* = [x]^*([x]^0)$  her, der nun vom Startvektor abhängt. Wir machen Aussagen zur Gestalt von  $[x]^*$  und stellen einen Zusammenhang her zwischen der Konvergenz von  $([x]^k)$  und der Konvergenz der Matrizenpotenzen von  $[A]$ . Wir illustrieren die Theorie anhand von Beispielen und geben einen einfachen Matlab/Intlab–Code für den zentralen Teil der Programme an.

**Daniel Potts**

Universität zu Lübeck

**Schnelle Fourier-Transformationen für nichtäquivalente Daten und Anwendungen**

AMS(MOS)-Klassifikation: 65F

Die Entwicklung effizienter Algorithmen für häufig wiederkehrende Grundaufgaben ist ein wesentliches Anliegen der Numerischen Mathematik. Dabei gehört die schnelle Fourier-Transformation (FFT) zu den bekanntesten schnellen Algorithmen. Die  $d$ -variaten FFT reduzieren die arithmetische Komplexität der diskreten Fourier-Transformation von  $\mathcal{O}(N^{2d})$  auf  $\mathcal{O}(N^d \log N)$ . Viele Verfahren sind erst durch die Effizienz der FFT von praktischem Interesse, so z.B. Polynom-, Matrizen-, Matrix-Vektor-Multiplikationen, Invertierung großer strukturierter Matrizen oder trigonometrische Interpolation auf feinen Gittern. In einer Vielzahl von weiteren Anwendungen der FFT wird die Beschränkung auf äquidistante Gitter als Nachteil aufgeführt.

In diesem Vortrag stellen wir schnelle Algorithmen zur Berechnung der Fourier-Transformation für nichtäquidistante Daten (NFFT) vor. Im Gegensatz zur FFT ist die NFFT ein approximativer Algorithmus, d.h. der Nutzer kann bestimmen, mit welcher endlichen Genauigkeit das Ergebnis berechnet werden soll. Die hier vorgeschlagene NFFT hat eine arithmetische Komplexität von  $\mathcal{O}(N^d \log N + m^d N)$ , wobei  $m$  nur von der geforderten Exaktheit des Ergebnisses abhängt.

Auf dieser Grundlage entwickeln wir schnelle Summationsalgorithmen der Form

$$f(\mathbf{y}_j) := \sum_{k=1}^N \alpha_k \mathcal{K}(\mathbf{y}_j - \mathbf{x}_k) \quad \text{für } j = 1, \dots, M$$

an den Knoten  $\mathbf{y}_j, \mathbf{x}_k \in \mathbb{R}^d$ , wobei  $\mathcal{K}$  radial-symmetrische Kerne der Form  $\mathcal{K}(\mathbf{x}) = K(\|\mathbf{x}\|_2)$  sind. Diese schnellen Algorithmen können zur Interpolation mit radialen Basisfunktionen oder zur numerischen Lösung von Integralgleichungen eingesetzt werden.

Abschließend diskutieren wir Anwendungen der NFFT in der Computertomographie und der diskreten Fourier-Transformation auf der Sphäre.

**Christian Rohde**

Universität Freiburg

**Applications in Solar Physics**

The equations of compressible magnetohydrodynamics (MHD) describe the dynamics of an electrically conducting compressible fluid which interacts with magnetic fields. From the application's point of view the MHD-system is fundamental for many interesting scenarios in astrophysics. We mention processes in the sun's atmosphere like the development of sun spots. Mathematically the MHD-system belongs to the class of nonlinear hyperbolic conservation laws.

One of the most often used method to solve general hyperbolic conservation laws is the finite volume method. In the talk we discuss two issues. First, we give an overview on theoretical convergence results for the method. Unfortunately almost all known results are restricted to comparably simple model problems.

Nevertheless finite volume methods perform very good in cases which are not covered by analysis. The MHD-system is one of these instances. In the second part of the talk we shall therefore propose a locally adaptive, exact-in-time finite volume scheme on unstructured grids to solve the MHD-system. To handle the required high resolution in astrophysical applications an implemented parallel version for a distributed-memory architecture will be described. The talk concludes with several numerical experiments. They cover academic test problems for the sake of validation on one hand but also calculations for astrophysically relevant problems in two and three space dimensions.

**Arnd Rösch** TU Berlin

**Christian Meyer** TU Berlin

**Superkonvergenzeffekte bei Optimalsteuerproblemen**

AMS(MOS)-Klassifikation: 49M25, 49K20, 65N30

Zur numerischen Lösung von Optimalsteueraufgaben bei partiellen Differentialgleichungen muss sowohl die Steuerung als auch die Differentialgleichung diskretisiert werden. Thema dieses Vortrages sind elliptische Aufgaben mit reinen Steuerbeschränkungen. Seit kurzem bekannt sind dabei Konvergenzordnungen der Steuerungen für stückweise konstante und stückweise lineare Approximationen. Bei der numerischen Lösung solcher Aufgaben beobachtet man eine Reihe von Superkonvergenzeffekten. Nach einer Begründung dieses Verhalten wird im Vortrag eine Methode zur Approximation vorgestellt, das gezielt dieses Effekte ausnutzt. Die theoretischen Resultate werden untermauert mit numerischen Tests.

**Andrea Walther**

TU Dresden

**Explicit Taylor methods for the Integration of high-index DAEs**

AMS(MOS)-Klassifikation: 34A45 65L05 34A25

The application of Taylor methods for the integration of high-index DAEs requires the calculation of high-order derivatives. To compute the required information to any order one may use the technique of Automatic Differentiation in combination with Taylor arithmetic. This approach is implemented in the AD-tool ADOL-C. Here, we present an integration method proposed by John Pryce [1] and based on ADOL-C for solving high-index DAEs. Numerical results verifying the approach are presented. We examine the classes of DAEs for which the shown method is suitable. This question is connected with the structural index that can easily be computed using Pryce's technique. Finally, we discuss the meaning of the structural index as defined by Pryce and other interpretations.

[1] John Pryce: Solving high-index DAEs by Taylor series. Numer. Algorithms 19, No.1-4, 195-211 (1998).

**Joachim Weickert**

Universität des Saarlandes

**Koautoren siehe Abstrakt****Relations between Nonlinear Denoising Methods in Signal and Image Processing**

Signal and image denoising is a field where one is typically interested in removing noise without sacrificing important structures such as discontinuities. To this end, a large variety of nonlinear strategies has been proposed in the literature including wavelet shrinkage, nonlinear diffusion filtering and variational restoration. The goal of this talk is to present equivalence results for these techniques and to study novel hybrid techniques that attempt to combine the advantages of the different methods.

More specifically, we shall establish 1-D equivalence results between soft Haar wavelet shrinkage, space-discrete total variation (TV) diffusion filtering and TV regularisation. Then we will exploit a relation between discrete diffusion filters and wavelet shrinkage that allows to construct novel shrinkage techniques with competitive denoising properties. These ideas can be used in the higher-dimensional case for deriving shrinkage rules with a high degree of rotation invariance, and they can be generalised to vector- and matrix-valued images.

Joint work with Thomas Brox (Saarbrücken), Pavel Mrazek (Saarbrücken), Gabriele Steidl (Mannheim), and Martin Welk (Saarbrücken).



# Sektion 9

## Differentialgleichungen, Dynamische Systeme

### Übersichtsvorträge

<b>Hans Crauel</b>	Stabilisierung von Reaktions-Diffusions-Gleichungen durch additives Rauschen
<b>Holger R. Dullin</b>	Topological Classification of Integrable Hamiltonian Systems
<b>Karin Gatermann</b>	Differential equations with mass action kinetics
<b>Mark Groves</b>	Wasserwellen als dynamisches System
<b>Marcel Oliver</b>	Vortex Methods and filtered fluid equations

### Vorträge

<b>Laszlo Horvath</b>	Nonlinear integral equations in measure spaces
<b>Nikola Popovic</b>	A Geometric Analysis of the Lagerstrom Model Problem

**Hans Crauel**

TU Ilmenau

**Stabilisierung von Reaktions-Diffusions-Gleichungen durch additives Rauschen**

AMS(MOS)-Klassifikation: 37L55, 37L30, 37L40, 37H99

Die Einbeziehung zufälliger Störungen in deterministische Differentialgleichungen, wie sie in vielen Anwendungen zur Modellierung zeitlicher Abläufe verwendet werden, führt zum Konzept des *zufälligen dynamischen Systems*. Der Vortrag gibt zunächst eine Einführung in grundlegende Begriffe und Objekte der Theorie zufälliger dynamischer Systeme. Als geeignete Verallgemeinerungen deterministischer Konzepte invarianter Objekte – Gleichgewichtspunkte, periodische Orbits, Attraktoren, invariante Maße – erweisen sich zufällige Attraktoren und invariante Maße. Attraktoren sind kompakte Regionen des Zustandsraumes, welchen sich alle Lösungen des Systems asymptotisch annähern. Einfach strukturierte, „kleine“ Attraktoren sind in konkreten Anwendungen leichter zu untersuchen als „große“; dabei wird „Größe“ mittels der (Hausdorff-) Dimension gemessen.

Im folgenden wird beschrieben, wie sich der zufällige Attraktor einer Reaktions-Diffusions-Gleichung unter dem Einfluss weißen Rauschens verhält. Wirkt das Rauschen multiplikativ, so ändert sich die (Hausdorff-) Dimension des Attraktors im Vergleich zu der des deterministischen Attraktors nicht wesentlich. Wirkt das Rauschen hingegen additiv, so wird der zufällige Attraktor zu einem Punkt, und damit wesentlich „kleiner“ als der Attraktor des unverrauschten Systems.

**Holger R. Dullin**

Universität Bremen

**Topological Classification of Integrable Hamiltonian Systems**

AMS(MOS)-Klassifikation: 37J35

In Hamiltonian systems there is no analogue of the Hartman-Grobman theorem. Already the classification of equilibria leads to moduli in the normal form. In this review talk we will recall the local and global structure of finite dimensional integrable Hamiltonian systems and present a number of different approaches towards their topological classification. Some approaches will be illustrated using classical integrable systems from mechanics (Kowalevskaya Top, geodesic flows on ellipsoids, etc), and applications to KAM theory will be discussed. The talk will conclude with the statement of some open problems.

**Karin Gatermann**

Konrad-Zuse-Zentrum Berlin

**Differential equations with mass action kinetics**

We investigate ordinary differential equations which model the time-dependent behavior of concentrations of chemicals. The most common model is that of mass action kinetics. These differential equations are polynomial and have a rich graph-theoretic structure since the

chemical reactions itself form a directed graph. The theory known as stoichiometric network analysis takes advantage of the graph-theoretic structure and the polynomial structure. This theory derives global results on stability of steady states and Hopf bifurcation. Its aim is model discrimination, that means a model is excluded by basic properties of the graphs and elementary linear algebra. We will give a survey of this theory and show the improvements based on the theory of toric varieties. In particular we will identify bifurcation parameter, give parameter regions where bistability is to be expected and explain the role of toric varieties for oscillations.

**Mark Groves**

Loughborough University

**Wasserwellen als dynamisches System**

AMS(MOS)-Klassifikation: 76B15

In diesem Vortrag wird eine rigorose Existenztheorie für dreidimensionale permanente Wasserwellen vorgestellt. Das hydrodynamische Problem wird als unendlichdimensionales Hamiltonsches System formuliert, wobei eine beliebige horizontale räumliche Richtung die Rolle der Zeitvariablen spielt. Wellenbewegungen, die in einer zweiten horizontalen Richtung periodisch sind, werden durch eine Zentrumsmanifoldmethode gefunden, durch die das Problem auf ein lokal äquivalentes Hamiltonsches System mit endlich vielen Freiheitsgraden reduziert wird. Zur Analyse des reduzierten Systems werden Methoden aus der nichtlinearen Bifurkationstheorie wie z. B. der Lyapunovsche Zentrumsatz oder die Birkhoffsche Normalform verwendet.

Somit werden dreidimensionale Wasserwellen entdeckt, die in einer bestimmten horizontalen Richtung periodisch sind und in einer zweiter horizontalen Richtung das Profil eines periodischen Wellenzuges, einer solitären Welle oder einer verallgemeinerten solitären Welle haben. Diese Richtungen sind nicht unbedingt nach der Bewegungsrichtung der Wellen gerichtet. Insbesondere werden doppeltperiodische Wellen und schräge Versionen bekannter Wellen gefunden.

**Laszlo Horvath**

University of Veszprém

**Nonlinear integral equations in measure spaces**

AMS(MOS)-Klassifikation: 45G10, 45D05

Let  $(X, \mathcal{A}, \mu_i)$ ,  $i = 1, \dots, n$  be measure spaces. In this talk we consider integral equations of the form

$$y(x) = f(x) + \sum_{i=1}^n g_i(x) \int_{S(x)} h_i \circ y d\mu_i, \quad x \in X, \quad (1)$$

where  $S(x) \in \mathcal{A}$  for every  $x \in \mathcal{A}$ ,  $f$  and  $g_i$ ,  $i = 1, \dots, n$  are  $\mu_j$ -integrable over  $S(x)$  for every  $x \in X$  and  $j = 1, \dots, n$ , and  $h_i$  is Lipschitzian for  $i = 1, \dots, n$ . We define the concept of the solution of (1). The uniqueness of the solutions of (1) is proved. We give necessary

and sufficient conditions for the existence of the solutions of (1), we study the successive approximations for (1), and we derive estimates for the solutions of (1).

(Die Teilnahme an der Konferenz wird durch die Stiftung Hans Pape, Dortmund, Dr. h. c. der Universität Veszprém unterstützt.)

**Marcel Oliver**

IU Bremen

**Vortex Methods and filtered fluid equations**

The Euler equations for ideal fluids in two dimensions formally admit point vortex ensembles - finite dimensional Hamiltonian dynamical systems - as special solutions. However, the point vortex ensemble is not a true solution of the PDE. For example, the point vortex system may develop singularities and collapse in finite time, while the full PDE has global weak and strong solutions.

The problem of collapse or near-collapse also means that point vortex dynamics is not a good numerical method, and various regularizations have been proposed. I will concentrate on a particular example, which can be rigorously interpreted as the exact point vortex system for a modified PDE, the so-called Lagrangian averaged Euler equations.

**Nikola Popovic** TU Wien

**Peter Szmolyan** TU Wien

**A Geometric Analysis of the Lagerstrom Model Problem**

We give a geometric singular perturbation analysis of a classical problem proposed by Lagerstrom to illustrate the ideas involved in the rather intricate asymptotic treatment of low Reynolds number flow. We present a geometric proof based on the blow-up method for the existence and uniqueness of solutions. Moreover, we show how asymptotic expansions for these solutions can be obtained in this framework, thereby establishing a connection to the method of matched asymptotic expansions.

# Sektion 10

## Partielle Differentialgleichungen, Variationsrechnung

### Übersichtsvorträge

<b>Michael Bildhauer</b>	Steady states of non-uniformly elliptic fluids
<b>Alan Rendall</b>	Simplification of the Einstein equations due to a cosmological constant
<b>Hartmut Schwetlick</b>	Convergence for Yamabe flow for large energies
<b>Guofang Wang</b>	A class of fully nonlinear equations and geometric inequalities
<b>Michael Westdickenberg</b>	Structure of Entropy Solutions for Scalar Conservation Laws
<b>Ingo Witt</b>	Sharp energy estimates for weakly hyperbolic operators

## Vorträge

<b>Darya Apushkinskaya</b>	Free Boundary Regularity for Parabolic Obstacle Problem
<b>Stefan Bechtluft-Sachs</b>	Homotopy Factorization and Infima of Energy Functionals
<b>Johannes Giannoulis</b>	Nonlinear Schrödinger equation as a limit of an oscillator chain
<b>Petr Girg</b>	Fredholm Alternative for the $p$ -Laplacian
<b>Hans-Christoph Grunau</b>	Hermitesche-harmonische Abbildungen auf nichtkompakten Hermiteschen Mannigfaltigkeiten
<b>Steffen Heinze</b>	Convection enhanced diffusion and reaction
<b>Dirk Horstmann</b>	Time delay regularizations of a forward-backward PDE
<b>Tobias Lamm</b>	Heat flow for biharmonic maps
<b>Tatiana Samrowski</b>	Die Gleichung von Poisson in homogenen Sobolevräumen
<b>Felix Schulze</b>	Evolution von Flächen entlang Potenzen der mittleren Krümmung
<b>Miles Simon</b>	Ricci flow of $L^\infty$ metrics on three manifolds
<b>Werner Varnhorn</b>	Maximalbetragsabschätzung für die Gleichungen von Stokes
<b>Heiko von der Mosel</b>	Global curvature for surfaces

**Darya Apushkinskaya** Universität des Saarlandes

**Henrik Shahgholian** RIT, Stockholm

**Nina Uraltseva** St. Petersburg University

**Free Boundary Regularity for Parabolic Obstacle Problem**

AMS(MOS)-Klassifikation: 35R35, 35J85

We consider a parabolic obstacle problem with zero constraint. Without any additional assumptions on a free boundary we prove that a free boundary at interior points of a domain, lying near the fixed boundary, is a graph of a  $C^{1+\alpha}$ -function.

**Stefan Bechtluft-Sachs**

Universität Regensburg

**Homotopy Factorization and Infima of Energy Functionals**

AMS(MOS)-Klassifikation: 58E20 (53C43 57D99)

We consider the infima  $\hat{E}(f)$  on homotopy classes of energy functionals  $E$  defined on smooth maps  $f: M^m \rightarrow X^k$  between compact connected Riemannian manifolds. If  $M$  contains a submanifold  $L$  of codimension greater than the degree of  $E$  then  $\hat{E}(f)$  is determined by the homotopy class of the restriction of  $f$  to  $M \setminus L$ . Conversely if the infimum on a homotopy class of a functional of at least conformal degree vanishes then the map is trivial in homology of high degrees and factors in rational homotopy through a low-dimensional skeleton of  $X$ .

**Michael Bildhauer**

Universität des Saarlandes

**Steady states of non-uniformly elliptic fluids**

AMS(MOS)-Klassifikation: 76M30, 49N60, 35J50, 35Q30

We consider the Stokes problem as well as the stationary flow of a generalized Newtonian fluid which is modelled by an anisotropic dissipative potential  $f$ . For example in the latter case we are looking for a solution  $u: \Omega \rightarrow \mathbb{R}^n$ ,  $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ ,  $n = 2, 3$ , of the following system of nonlinear partial differential equations

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{div} \{T(\varepsilon(u))\} + u^k \frac{\partial u}{\partial x_k} + \nabla \pi &= g \quad \text{in } \Omega, \\ \operatorname{div} u &= 0 \quad \text{in } \Omega, \quad u = 0 \quad \text{on } \partial\Omega. \end{aligned} \right\} \quad (*)$$

Here  $\pi: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$  denotes the pressure,  $g$  is a system of volume forces, and the tensor  $T$  is the gradient of the potential  $f$ . Our main hypothesis imposed on  $f$  is the existence of exponents  $1 < p \leq q_0 < \infty$  such that

$$\lambda(1 + |\varepsilon|^2)^{\frac{p-2}{2}} |\sigma|^2 \leq D^2 f(\varepsilon)(\sigma, \sigma) \leq \Lambda(1 + |\varepsilon|^2)^{\frac{q_0-2}{2}} |\sigma|^2$$

holds with constants  $\lambda, \Lambda > 0$ . Under natural assumptions on  $p$  and  $q_0$  we prove the existence of a weak solution  $u$  to the problem  $(*)$ , moreover we prove interior  $C^{1,\alpha}$ -regularity of  $u$  in the two-dimensional case. If  $n = 3$ , then interior partial regularity is established. We finally extend some of our results to the study of electrorheological fluids.

**Johannes Giannoulis** Universität Stuttgart

**Alexander Mielke** Universität Stuttgart

**Nonlinear Schrödinger equation as a limit of an oscillator chain**

AMS(MOS)-Klassifikation: 37K60, 70F45, 70K70, 34E13, 35Q55

We consider the nonlinear model of an infinite oscillator chain embedded in a background field. We start from an appropriate modulation ansatz of the space-time periodic solutions to the linearized (microscopic) model and derive formally the associated (macroscopic) modulation equation, which turns out to be the nonlinear Schrödinger equation. Then we justify this necessary condition rigorously for the case of nonlinearities with cubic leading terms, that is, we show that solutions which have the form of the assumed ansatz for  $t = 0$  preserve this form over time-intervals with a positive macroscopic length. Finally, we transfer this result to the analogous case of a finite, but large periodic chain and illustrate it by a numerical example.

*Key words and phrases:* nonlinear infinite oscillator chain, macroscopic limit, nonlinear Schrödinger equation, justification of modulation equations

**Petr Girg** University of West Bohemia  
**Koautoren siehe Abstrakt**  
**Fredholm Alternative for the  $p$ -Laplacian**  
AMS(MOS)-Klassifikation: 34B15, 35P30, 35J65

We shall discuss the existence and multiplicity of the solutions to the boundary value problem

$$-\Delta_p u - \lambda |u|^{p-2} u = f \text{ in } \Omega \quad u = 0 \text{ on } \partial\Omega. \quad (1)$$

Here  $\Omega \subset \mathbb{R}^N$  is a bounded domain,  $p > 1$  is a real number,  $\lambda \in \mathbb{R}$  is a spectral parameter and  $\Delta_p u := \operatorname{div}(|\operatorname{grad} u|^{p-2} \operatorname{grad} u)$ . Let  $\lambda_1 > 0$  be the principal eigenvalue of  $-\Delta_p$  subject to homogeneous Dirichlet boundary conditions. We concentrate on the behaviour of the solutions under the assumption that  $\lambda$  is near  $\lambda_1$  (and possibly  $\lambda = \lambda_1$ ). In particular, we show that  $\int_{\Omega} f \phi_1 = 0$  is sufficient condition for solvability of (1). Our approach is based on the bifurcation of the solution pairs  $\lambda \in \mathbb{R}$ ,  $u \in W_0^{1,p}(\Omega)$  of (1) when  $\lambda \rightarrow \lambda_1$  and  $\|u\| \rightarrow \infty$ . In the new light of results obtained by bifurcation-type arguments, we revise previous results obtained by combination of the method of upper and lower solutions and variational approach. Then we will show how to apply these methods to boundary values problems

$$-\Delta_p u - \lambda |u|^{p-2} u = h(u, x) \text{ in } \Omega \quad u = 0 \text{ on } \partial\Omega \quad (2)$$

and we will discuss some new existence and multiplicity results obtained with this theory. Finally, we will address several open problems.

The above mentioned results were obtained with following co-authors: J. Čepička, P. Drábek, J.-L. Gámez, R. Manásevich, P. Takáč and M. Ulm.

**Hans-Christoph Grunau** Universität Magdeburg  
**Marco Kühnel** z. Zt. University of Warwick  
**Hermitesch-harmonische Abbildungen auf nichtkompakten Hermiteschen Mannigfaltigkeiten**  
AMS(MOS)-Klassifikation: 35J60, 35K55, 53C42

Auf komplexen Hermiteschen Mannigfaltigkeiten, deren Metriken nicht Kählersch sind, haben J. Jost und S.-T. Yau 1993 den Begriff der „Hermitesch-harmonischen“ Abbildung eingeführt, der im Gegensatz zu dem der harmonischen Abbildung mit der komplexen Struktur kompatibel ist. Das entsprechende elliptische System ist *nicht* in Divergenzform.

Es wird der Fall nichtkompakter Urbild- und Bildmannigfaltigkeiten studiert. Es werden Bedingungen für Existenz und Eindeutigkeit Hermitesch-harmonischer Abbildungen sowie des entsprechenden parabolischen Systems gegeben, die der Nichtdivergenzstruktur der zugrundeliegenden Differentialgleichungen Rechnung tragen. Beispiele illustrieren den grundlegenden Unterschied zu harmonischen Abbildungen.

**Steffen Heinze**

Max-Planck-Institut Leipzig

**Convection enhanced diffusion and reaction**

AMS(MOS)-Klassifikation: 74Q20 76R50 35K57

In the first part we consider a convection diffusion equation with an incompressible, periodic, cellular flow field  $b(x)$ :

$$\partial_t u = D\Delta u + b \cdot \nabla u.$$

In the rapid oscillation limit (homogenization) we provide explicit upper and lower estimates for the effective diffusivity. A strong convection (large Peclet number) or equivalently small diffusivity leads to a large enhancement of the effective diffusivity. For all values of the diffusivity the estimates are qualitatively correct and give the correct scaling behavior for large Peclet numbers. We demonstrate that all allowed scaling laws can occur. The upper estimates also answer a problem posed by Kozlov, i.e. if it is possible to have a nonzero limit for the effective diffusivity as the original diffusivity tends to zero. This is called residual or turbulent diffusion. The derived bounds exclude this possibility for Hölder continuous flow fields. The proof relies on the use of appropriate test functions which give automatically the correct size of the boundary layer and the scaling of the effective diffusivity. Since the bounds involve explicit constants we have an estimate for the range of validity of the scaling behavior for large Peclet numbers.

In the second part a diffusion convection equation with a non negative reaction  $f(u)$  term is treated (KPP type or combustion type):

$$\partial_t u = D\Delta u + b \cdot \nabla u + f(u)$$

The time asymptotic behavior is governed by travelling wave solutions. For a shear flow convection explicit bounds for the speed of such fronts are derived. The estimates show the correct scaling for different asymptotic regimes: small diffusivity, large Peclet numbers, and rapidly oscillating flows. In particular the front speed grows linear with the Peclet number, proving a conjecture posed by Audoly, Berestycki, Pomeau.

For cellular flows the enhancement was conjectured to be of order  $Peclet^{1/4}$ . From the first part of the talk this scaling can be confirmed in the homogenization limit.

**Dirk Horstmann**

Universität zu Köln

**Time delay regularizations of a forward-backward PDE**

AMS(MOS)-Klassifikation: 35K50, 35K57, 92D25

Movement is a fundamental process for all biological organisms, ranging from the single cell level to the population level. The movement of several species can be modeled by two equations. For example one parabolic partial differential equation

$$p_t = \Delta(T(w)p)$$

for the species and one ordinary differential equation

$$\epsilon w_t = F(p, w)$$

for a “control substance” that influences the movement of the species.

In some cases those models reduce to a single parabolic partial differential equation which might lead to an ill-posed mathematical problem. However, in these cases the two equation models with the PDE and the ODE can be viewed as an approximation of the single equation that takes time delays resp. effects that are non local in time into account. In this talk I will compare for one concrete model the asymptotic behaviour of the solutions of the non-local in time or time delay problem with the asymptotic behaviour of the solution of the corresponding single equation problem. The difficulties in this case are that the single equation model is a forward-backward parabolic equation which might be ill-posed for some initial data.

### **Tobias Lamm**

Universität Freiburg

#### **Heat flow for biharmonic maps**

AMS(MOS)-Klassifikation: 58E20, 58J35

Let  $(M^m, g)$  and  $(N, h)$  be two smooth, compact and Riemannian manifolds without boundary and let  $u \in C^\infty(M, N)$ . We consider the negative gradient flow for the intrinsic bi-energy

$$E_2(u) := \frac{1}{2} \int_M |\Delta u|^2,$$

where  $\Delta u$  is the so called tension field of  $u$ , and the extrinsic bi-energy

$$F(u) := \frac{1}{2} \int_M |\Delta^E u|^2,$$

where in this case we consider  $N$  isometrically embedded in some  $\mathbb{R}^N$  and  $\Delta^E$  is the Laplacian for maps  $u : M \rightarrow N \hookrightarrow \mathbb{R}^N$ . Critical points of  $E_2$  resp.  $F$  are called intrinsic resp. extrinsic biharmonic maps.

In the case of the heat flow for the intrinsic bi-energy we prove that if  $m \leq 4$  and the sectional curvature  $\kappa_N$  of  $N$  is nonpositive every smooth solution exists for all times and subconverges to a smooth harmonic map.

For the negative gradient flow of  $F$  we have the following result:

There exists  $\varepsilon_0 > 0$  such that if  $m \leq 3$  or  $m = 4$  and  $F(u_0) \leq \varepsilon_0$  then every smooth solution exists for all times and subconverges to a smooth extrinsic biharmonic map.

$\varepsilon_0$  is given by

$$\varepsilon_0 = \inf\{F(v) | v \in C^\infty(\mathbb{R}^4, N) \text{ is a nonconstant extrinsic biharmonic map}\} > 0.$$

**Alan Rendall**

Max-Planck-Institut Potsdam

**Simplification of the Einstein equations due to a cosmological constant**

AMS(MOS)-Klassifikation: 83C05

The Einstein equations are the fundamental equations of general relativity. They are essentially hyperbolic partial differential equations. The equations include a free parameter, the cosmological constant. After some necessary background I will explain how a positive cosmological constant, apart from being of physical importance, leads to certain mathematical simplifications. I will survey the known results in this area together with the prospects for further developments in the near future.

**Tatiana Samrowski** Universität Kassel

**Werner Varnhorn** Universität Kassel

**Die Gleichung von Poisson in homogenen Sobolevräumen**

AMS(MOS)-Klassifikation: 35J05, 35J25

Es ist bekannt, dass die Behandlung von Differentialgleichungen in unbeschränkten Gebieten spezielle Schwierigkeiten verursacht, und dass die gewöhnlichen Sobolevräume  $W^{m,q}(G)$  zur Beschreibung des Lösungsverhaltens in diesem Fall weniger geeignet sind. Daher werden Differentialgleichungen in Außengebieten häufig in Zusammenhang mit Gewichten studiert: Entweder verwendet man direkt gewichtete Sobolevräume oder man multipliziert die Differentialgleichungen mit Gewichten und untersucht diese in gewöhnlichen Sobolevräumen.

Sei  $G \subset \mathbb{R}^n$  ( $n \geq 2$ ) ein Außengebiet mit kompaktem Rand  $\partial G \in C^2$ . Wir betrachten die Poisson-Gleichung  $-\Delta u = f$  in  $G$ ,  $u = b$  auf  $\partial G$  in den homogenen Sobolevräumen

$$S^{2,q}(G) := \{u \in L^q_{loc}(\overline{G}) \mid \partial_{i,j}^2 u \in L^q(G) \text{ für } i, j = 1, \dots, n\}$$

und zeigen, dass zu jedem  $f \in L^q(G)$  und  $b \in W^{2-1/q,q}(\partial G)$ ,  $1 < q < \infty$  eine Lösung  $u \in S^{2,q}(G)$  existiert, und dass der Nullraum

$$N_q(G) := \{u \in S^{2,q}(G) \mid -\Delta u = 0 \text{ in } G, u = 0 \text{ auf } \partial G\}$$

die Dimension  $n + 1$  besitzt, unabhängig von  $q$  für alle  $n \geq 2$ .

**Felix Schulze**

ETH Zürich

**Evolution von Flächen entlang Potenzen der mittleren Krümmung**

Wir studieren die Evolution einer  $n$ -dimensionalen kompakten Hyperfläche im  $\mathbb{R}^{n+1}$  in Richtung ihres Normalenvektors mit einer positiven Potenz  $k$  der mittleren Krümmung als Geschwindigkeit. Wie beim mittleren Krümmungsfluss ist es auch bei der glatten Kontraktion von Flächen unter diesem Fluss zu erwarten, dass sich Singularitäten bilden, noch bevor die

Flächen auf einen Punkt zusammenschrumpfen können.

Indem wir die evolvierenden Flächen als Niveaumengen einer auf dem umgebenden Raum definierten Funktion auffassen, entwickeln wir einen schwachen Lösungsbegriff für Anfangsflächen mit strikt positiver mittlerer Krümmung, der auch über Singularitäten hinweg definiert ist. Mit Hilfe von elliptischer Regularisierung können wir die Existenz einer schwachen Lösung, sowie verschiedene Regularitätsaussagen für die Niveaumengen beweisen.

**Hartmut Schwetlick** Max-Planck-Institut Leipzig

**Michael Struwe** ETH Zürich

**Convergence for Yamabe flow for large energies**

We consider the Yamabe or scalar curvature flow on general compact closed manifolds. By showing convergence of the scalar curvature to its average value in all  $L^p$  norms for  $t \rightarrow \infty$ , we deduce via a concentration-compactness argument that the metrics either converge to a smooth Yamabe metric, or else concentrate in finitely many bubbles. In the presence of at most one bubble we identify a Kazdan-Warner type transversality condition that rules out concentration and therefore implies convergence of the flow. The condition is very natural and easily verified when the manifold is conformal to the standard sphere. Using the positive mass Theorem we prove that the criterion also holds on general manifolds of dimensions  $3 \leq n \leq 5$  and in the local conformally flat case.

**Miles Simon**

Universität Freiburg

**Ricci flow of  $L^\infty$  metrics on three manifolds**

(Abstrakt lag bei Redaktionsschluss noch nicht vor)

**Werner Varnhorn**

Universität Kassel

**Maximalbetragsabschätzung für die Gleichungen von Stokes**

AMS(MOS)-Klassifikation: 35Q30, 76D07

Aus der Theorie partieller Differentialgleichungen ist das klassische Maximumprinzip wohlbekannt. Es besagt, dass eine nicht konstante harmonische Funktion  $u$  ihr Maximum (und Minimum) stets am Rande  $\partial G$  des zugrundeliegenden Gebietes  $G$  annimmt. Für Differentialgleichungen höherer Ordnung oder für Systeme von Differentialgleichungen gilt eine solche Aussage im allgemeinen nicht mehr, wie Gegenbeispiele zeigen. In solchen Fällen besteht jedoch die Hoffnung, eine Maximalbetragsabschätzung der Form

$$\max_G |u(x)| \leq c \max_{\partial G} |u(x)| \quad (1)$$

mit einer Konstanten  $c$  angeben zu können. Gezeigt wird die Gültigkeit einer Abschätzung (1) für die aus der Hydrodynamik bekannten linearen Gleichungen von Stokes für das Geschwindigkeitsfeld  $u$  und den Druck  $p$  einer zähen inkompressiblen Strömung:

$$-\Delta u + \nabla p = 0 \quad \text{in } G, \quad \nabla \cdot u = 0 \quad \text{in } G, \quad u = b \quad \text{auf } \partial G.$$

Dabei ist  $G \subset \mathbb{R}^n$  ( $n \geq 2$ ) eine beschränkte oder unbeschränkte offene Menge mit kompaktem Rand  $\partial G$  von der Klasse  $C^{1,\alpha}$  ( $0 < \alpha \leq 1$ ).

**Guofang Wang** Max-Planck-Institut Leipzig

**Pengfei Guan** McMaster, Canada

**A class of fully nonlinear equations and geometric inequalities**

In this paper, we discuss a class of fully nonlinear conformal equations and geometric inequalities on locally conformally flat manifolds.

**Michael Westdickenberg** Ecole Normale Supérieure

**Camillo De Lellis** Max-Planck-Institut Leipzig

**Felix Otto** IAM Bonn

**Structure of Entropy Solutions for Scalar Conservation Laws**

AMS(MOS)-Klassifikation: 35L65

We consider weak solutions of nonlinear scalar conservation laws with finite entropy dissipation, i.e., we study functions  $u \in L^\infty(\mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}^N)$  for which the distribution

$$-\mu_\eta := \partial_t \eta(u) + \nabla \cdot q(u)$$

is a Radon measure for all convex entropy-entropy flux pairs  $(\eta, q)$ . We first give upper bounds on the regularity of such  $u$  in terms of Besov spaces, thereby proving that recent results by Jabin and Perthame on velocity averaging are optimal. In particular, we show that  $u$  in general does not have bounded variation. Then we prove that, nevertheless, solutions  $u$  have a structure similar to  $BV$ -functions, i.e., they jump on a codimension-one rectifiable set, outside of which  $u$  is smoother. This regularizing effect is a consequence of the nonlinearity of the problem. We also give a few preliminary remarks on similar results for isentropic Euler equations in one space dimension.

**Ingo Witt**

Universität Potsdam

**Sharp energy estimates for weakly hyperbolic operators**

AMS(MOS)-Klassifikation: 35L80

We consider general weakly hyperbolic operators whose principal parts degenerate like  $t^{l_*}$  at time  $t = 0$  for some integer  $l_* \geq 1$ . Under Levi conditions on the lower-order terms, we prove well-posedness of the Cauchy problem in an adapted scale of Sobolev spaces which are, in particular,  $H^s$  in space-time for  $t > 0$ . Furthermore, we establish sharp bounds on the loss of regularity that occurs when passing from the Cauchy data to the solutions.

**Heiko von der Mosel** Universität Bonn**Pavel Strzelecki** University of Warsaw**Global curvature for surfaces**

Motivated by self-contact phenomena of membranes or interfaces in biology and physics we introduce the notion of *global curvature* for surfaces to enforce self-avoidance in the continuum model. Parametric surfaces with bounded global curvature turn out to be embedded  $C^{1,1}$ -manifolds, which allows us to study variational boundary value problems within the class of embedded surfaces.



# Sektion 11

## Funktionalanalysis, Operatoralgebra, Topologie

### Vorträge

<b>Joachim Bauer</b>	Ausnahmepunkte und Ausnahmemengen bei Abbildungen von Mannigfaltigkeiten
<b>Michael Gebel</b>	Über invariante Teilräume von Operatoren in Kreinräumen
<b>Francisco Javier Gonzalez</b>	Charakterisierung des Trägers eines Pseudomaßes auf $\mathbf{R}$ .
<b>Gilbert Helmberg</b>	Eine Folgenkonstruktion, die $(l^p)'(\subset of)l^q$ impliziert
<b>Birgit Jacob</b>	Über korrekt gestellte lineare Kontrollsysteme
<b>Christian Richter</b>	Charakteristische Eigenschaften von Häufungsfunktionen

**Joachim Bauer**

Universität Duisburg

**Ausnahmepunkte und Ausnahmemengen bei Abbildungen von Mannigfaltigkeiten**

Ist  $f : M^n \rightarrow M'^n$  eine stetige Abbildung vom Grad  $c$  zweier orientierbarer geschlossener Mannigfaltigkeiten, so erwartet man "in der Regel", dass ein Punkt  $y \in M'^n$  mindestens  $|c|$  Urbildpunkte hat. Hat er weniger Urbildpunkte, so heißt er ein Ausnahmepunkt und  $|c| - \#(f^{-1}(y))$  sein Defekt.

Analog spricht man von Dimensionsdefekt, wenn bei einer Abbildung  $f : M^{n+k} \rightarrow M'^n$   $\dim f^{-1}(Y) < k$  bzw.  $\dim f^{-1}(Y) < k + \dim Y$  für einen Punkt  $y \in M'^n$  bzw. einen Teilraum  $Y \subset M'^n$  gilt. Dieser Defektbegriff wurde von H. Hopf eingeführt.

Es werden Sätze des Inhalts angegeben, dass unter geometrisch signifikanten Voraussetzungen über  $f$  die auftretenden Defekte nicht zu groß bzw. nicht zu zahlreich bzw. topologisch nicht zu kompliziert sein können.

**Michael Gebel**

FH Nordhausen

**Über invariante Teilräume von Operatoren in Kreinräumen**

AMS(MOS)-Klassifikation: 47B15, 47B50 , 46C20

In der Spektraltheorie der selbstadjungierten Operatoren in Räumen mit einer indefiniten Metrik nehmen Sätze über die Existenz von invarianten (semi-)definiten Teilräumen eine zentrale Stellung ein. Wir referieren zunächst kurz die historische Entwicklung dieser Fragestellung. Hauptziel des Vortrags ist zu zeigen, daß es in jedem Kreinraum mit unendlich vielen positiven und negativen Quadraten einen selbstadjungierten Operator gibt, der nur neutrale invariante semidefinite Teilräume besitzt.

**Francisco Javier Gonzalez**

Université de Lausanne

**Charakterisierung des Trägers eines Pseudomaßes auf  $\mathbf{R}$ .**

Ein Pseudomaß  $T$  auf  $\mathbf{R}$  ist eine temperierte Distribution auf  $\mathbf{R}$ , deren Fourier-Transformierte  $\mathcal{F}T$  eine beschränkte Funktion ist. Wir beweisen: Ein Punkt  $x$  in  $\mathbf{R}$  liegt außer dem Träger eines Pseudomaßes  $T$  auf  $\mathbf{R}$  genau dann, wenn

$$\lim_{N \rightarrow +\infty} \int_{-N}^N (1 - |t|/N) \mathcal{F}T(t) \exp(2\pi ixt) dt = 0.$$

**Gilbert Helmborg**

Universität Innsbruck

**Eine Folgenkonstruktion, die  $(l^p)'(\subset of)lq$  impliziert**

AMS(MOS)-Klassifikation: 46B10, 46B15

Für  $1 < p < \infty$  sei  $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$ . Für eine gegebene Folge von komplexen Zahlen  $\beta_k$  ( $1 \leq k < \infty$ ) sei  $\sum_{k=1}^{\infty} |\beta_k|^q = \infty$ . Es wird eine Folge  $a = \{\alpha_k\}_{k=1}^{\infty} \in l^p$  konstruiert, für die  $\sum_{k=1}^{\infty} |\alpha_k \beta_k| = \infty$ .

**Birgit Jacob**

Universität Dortmund

**Über korrekt gestellte lineare Kontrollsysteme**

In diesem Vortrag werden abstrakte lineare Differentialgleichungen der folgenden Form betrachtet:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \quad x(0) = x_0, \quad t \geq 0.$$

Dabei sind  $A$  und  $B$  gegebene lineare (unbeschränkte) Operatoren zwischen Hilberträumen,  $u$  ist eine gegebene Hilbertraum-wertige  $L_2$ -Funktion und  $x$  gibt die gesuchte Hilbertraum-wertige Funktion an.

Ziel ist es in diesem Vortrag einfach testbare Bedingungen an  $A$  und  $B$  anzugeben, so dass die lineare abstrakte Differentialgleichung für jede Funktion  $u$  eine milde Lösung besitzt. Da auch  $u = 0$  zugelassen ist, muss sicherlich  $A$  eine stark stetige Halbgruppe  $(T(t))_{t \geq 0}$  erzeugen. Ein Hauptergebnis dieses Vortrages ist, dass die Bedingung

$$\|(sI - A)^{-1}B\| \leq \frac{M}{\sqrt{\operatorname{Re} s}}, \quad \operatorname{Re} s > 0,$$

für Kontraktions-Halbgruppen gerade hinreichend und notwendig ist.

**Christian Richter** Universität de Paris**Irmtraud Stephani** Friedrich-Schiller-Universität Jena**Charakteristische Eigenschaften von Häufungsfunktionen**

AMS(MOS)-Klassifikation: 54C50, 54C60

Für eine Multifunktion  $F : X \rightarrow 2^Y$  zwischen topologischen Räumen  $X$  und  $Y$  sind die Häufungsfunktion  $C(F; \cdot)$  und die reduzierte Häufungsfunktion  $C^r(F; \cdot)$  definiert durch

$$C(F; x) = \bigcap \operatorname{cl}(F(U)) \quad \text{bzw.} \quad C^r(F; x) = \bigcap \operatorname{cl}(F(U \setminus \{x\})),$$

wobei  $U$  das System der Umgebungen von  $x$  durchläuft.

$C(F; \cdot)$  entsteht durch Abschließung des Graphen von  $F$ . Deshalb gilt  $C(C(F; \cdot); \cdot) = C(F; \cdot)$ . Auch die reduzierte Häufungsfunktion hat einen abgeschlossenen Graphen, erfüllt aber im

allgemeinen nicht  $C^r(C^r(F; \cdot); \cdot) = C^r(F; \cdot)$ , sondern lediglich  $C^r(C^r(F; \cdot); \cdot) \subseteq C^r(F; \cdot)$ . Deshalb ist es sinnvoll, induktiv für Ordinalzahlen  $\alpha > 0$  reduzierte Häufungsfunktionen  $\alpha$ -ter Ordnung  $C^{r,\alpha}(F; \cdot)$  zu definieren.

Im Vortrag sollen für geeignete Räume  $X, Y$  und abzählbare Ordinalzahlen  $\alpha > 0$  folgende Fragen beantwortet werden: Wann ist eine Multifunktion  $G : X \rightarrow 2^Y$  als  $G = C(f; \cdot)$  bzw. als  $G = C^{r,\alpha}(f; \cdot)$  mit geeignetem  $f : X \rightarrow Y$  darstellbar? Wann gibt es eine Multifunktion  $F : X \rightarrow 2^Y$  mit  $G = C^{r,\alpha}(F; \cdot)$ ?

# Sektion 12

## Stochastik

### Übersichtsvorträge

**Jörg Rahnenführer** Statistical analysis of gene expression arrays

### Vorträge

- Fritz Guenter Boese** Mischungsverteilungen in Bayesscher Behandlung
- Boris Buchmann** Diffusions and Diffusions driven by Fractional Brownian Motion
- Amke Caliebe** Symmetrische Lösungen einer Fixpunktgleichung für Verteilungen
- Gerd Christoph** On Rates of Convergence in Compound Sums for Heavy Tailed Distributions
- Peter Dencker** Existenz lokaler Maximin-Tests zu vorgegebenen Alternativen in Gauß-Shift-Experimenten
- Egbert Dettweiler** Approximation of Martingales by Brownian Motions
- Jürgen Franz** Bayessche Prognose in Ausfall-Zählprozessen
- Malgorzata Guzowska** Examination of the quality of tail index distribution estimators for small-sample size
- Friedrich Liese** Lokale Maximin-Eigenschaften von Bayes-Tests in Gauss-Shift-Experimenten
- Kurt Majewski** Große Abweichungen reflektierter fraktionale Brownscher Bewegungen
- Tiberiu Postelnicu** Sample Size for Case-Control Studies
- Jan Purczynski** Modelling individual property claims distribution using the mixture of exponential distributions
- Michael Röckner** Invariance implies Gibbsian: some new results
- Ingo Steinke** Optimale gleichmäßige Konvergenzraten von Lokale-Polynome-Schätzern
- Winfried Stute** The Currency Triangle

**Fritz Guenter Boese**

Max-Planck-Institut Leipzig

**Mischungsverteilungen in Bayesscher Behandlung**

AMS(MOS)-Klassifikation: 62F15

Aus der binären univariaten stetigen Mischungsdichte

$$p_{\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2}(x|\beta, \pi) := \beta \cdot p_{\mathbf{X}_1}(x|\pi) + (1 - \beta) \cdot p_{\mathbf{X}_2}(x|\pi), \quad x \in \mathbf{R}, \quad \beta \in (0, 1),$$

für die Zufallsvariablen  $\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2$ , die neben dem unbekanntem Mischungsverhältnis  $\beta$  den weiteren unbekanntem Parametervektor  $\pi \in \mathbf{P} \subset \mathbf{R}^m$  enthält, liegt die Stichprobe  $d := (d_1, d_2, \dots, d_N)$  des Umfanges  $N \in \mathbf{N}$  vor. Aus ihr ist eine Schätzung  $\hat{\beta}, \hat{\pi}$  für die unbekanntem Gegenstücke  $\beta, \pi$  aus der Grundpopulation abzugeben. In Bayesscher Behandlung sind dazu neben der bekannten Stichprobenlikelihoodfunktion

$L_N(\beta, \pi) := \prod_{k=1}^N p_{\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2}(d_k|\beta, \pi) =: \prod_{k=1}^N [\beta A_k + (1 - \beta)B_k]$  aus der Problemkenntnis heraus die a-priori Verteilungsdichten  $p_\beta(b)$ ,  $b \in (0, 1)$ , und  $p_\pi(p)$ ,  $p \in \mathbf{P} \subset \mathbf{R}^m$ , anzugeben, mit denen dann die a-posteriori-Dichten  $p_N(\pi|d), p_N(\beta|d)$  durch Marginalisieren der Dichte  $p_n(\beta, \pi|d) := C_d \cdot p_\beta(b)p_\pi(p)L_N(b, p)$  gewonnen werden;  $C_d = const.$  Passende summarische Statistiken wie  $\mathbf{E}[p_\beta(b)], \mathbf{E}[p_\pi(p)]$  dienen als Schätzwerte  $\hat{\beta}, \hat{\pi}$ . Das Problem der Marginalisierung bzgl. des Mischungsverhältnisses  $\beta$ , d.h. das der Integration

$$p_n(\pi|d) := \int_0^1 p_\beta(b)L_N(b, \pi)db =: S^N(\pi)/(1 + N),$$

ist zu lösen. Für die informationslose Dichte  $p_\beta(b) := 1$ ,  $b \in [0, 1]$  wird das Polynom  $L_N(\beta, \pi)$  des Grades  $N$  in  $\beta$  in der Bernstein-Basis  $\{B_k^n\}_{0 \leq k \leq n}$ ,  $B_k^n(x) := \binom{n}{k}x^k(1-x)^{n-k}$ , dargestellt mit dem obigen Ergebnis in der Bernstein-Koeffizientensumme  $S^N(\pi) := C_0^N(\pi) + \dots + C_N^N(\pi)$ . Es gelingt, für  $S^N(\pi) := S^N(0, N)$  die dreigliedrige Rekursion bzgl.  $n$  anzugeben,

$$S^m(\pi, m) := B_m S^{m-1}(p, n) + A_m S^{m-1}(p+1, n), \quad 1 \leq m \leq n, \quad S^0(p, n) := 1/\binom{n}{p}, \quad 0 \leq p \leq n.$$

**Boris Buchmann**

TU München

**Diffusions and Diffusions driven by Fractional Brownian Motion**

AMS(MOS)-Klassifikation: 60J60, (60F05, 60J55)

The behaviour of maximum and minimum of a regular diffusion can be obtained by time and space transformations of an Ornstein-Uhlenbeck process (Davis, R.A. (1982)).

The talk consists of two parts. In the first part we recall the basic ingredients of the methodology of Davis and we discuss further developments as in Klueppelberg and Borkovec (1998).

The second part discusses more recent research on generalizations methods for processes that can be interpreted as diffusions driven by fractional Brownian motion.

**Amke Caliebe**

Universität Kiel

**Symmetrische Lösungen einer Fixpunktgleichung für Verteilungen**

AMS(MOS)-Klassifikation: 60E10; 60J80

Sei  $T = (T_1, T_2, \dots)$  eine Folge reellwertiger Zufallsvariablen mit  $\sum_{j=1}^{\infty} 1_{|T_j|>0} < \infty$  fast sicher. Betrachtet wird die folgende Gleichung für Wahrscheinlichkeitsverteilungen  $\mu$ :

$$W \cong \sum_{j=1}^{\infty} T_j W_j,$$

wobei  $W, W_1, W_2, \dots$  die Verteilung  $\mu$  haben und  $T, W_1, W_2, \dots$  unabhängig sind. Es wird gezeigt, daß Lösungen dieser Gleichung eine Darstellung als Mischung bestimmter unendlich teilbarer Verteilungen besitzen. Dieses Resultat wird verwendet, um im Fall  $T_j \geq 0$  eine Äquivalenzbedingung für die Existenz symmetrischer Lösungen zu beweisen.

**Gerd Christoph**

Universität Magdeburg

**On Rates of Convergence in Compound Sums for Heavy Tailed Distributions**

AMS(MOS)-Klassifikation: 60F05

Embrechts and Veraverbeke (1982) proved for heavy tailed distribution functions  $F(x)$  that the compound sum distribution function  $\sum_{n=1}^{\infty} p_n F^{n*}(x)$  may be approximated by  $\sum_{n=1}^{\infty} n p_n$  as  $n \rightarrow \infty$ , where  $p_n, n \leq 1$ , are the probabilities of the integer valued counting variable.

Mikosch and Nagaev (2001) proved convergence rates of order  $O(x^{-1})$  as  $x \rightarrow \infty$ , if  $\liminf_{x \rightarrow \infty} x^\alpha (1 - F(x)) > 0$  for  $\alpha > 1$ . In the present note the convergence rate  $O(x^{-\alpha})$  as  $x \rightarrow \infty$  is obtained for the case  $0 < \alpha \leq 1$ . For  $1 < \alpha < 2$  the main term of an asymptotic expansion is given.

Embrechts, P. and Veraverbeke, N. (1982) Estimates for the probability of ruin with special emphasis on the possibility of large claims. *Insurance: Math. Econom.* **1**, 55-72

Mikosch, Th. and Nagaev, A. (2001) Rates in approximations to ruin probabilities for heavy-tailed distributions. *Extremes* **4**, No.1, 67-78

**Peter Dencker**

Universität Rostock

**Existenz lokaler Maximin-Tests zu vorgegebenen Alternativen in Gauß-Shift-Experimenten**

AMS(MOS)-Klassifikation: 62G10, 62F05, 62F03

Für das Testproblem  $H_0 : h = 0$  gegen  $H_A : h \neq 0$  in einem Gauß-Shift-Experiment werden hier Tests betrachtet, die auf einer quadratischen Statistik im zentralen Prozess beruhen. Diese Statistiken haben prinzipiell die Form  $\sum_{i=1}^{\infty} \eta_i N_i^2$ , wobei die  $\eta_i \geq 0$  mit  $\sum_{i=1}^{\infty} \eta_i < \infty$  und

die  $N_i$  unabhängig und normalverteilt mit Varianz 1 sind. Diese Tests sind lokale Maximin- $\alpha$ -Tests für das Testen von  $H_0 : h = 0$  gegen eine Familie von Ellipsoiden  $\mathcal{E}_\delta$ ,  $\delta \downarrow 0$ . Die Ellipsoiden  $\mathcal{E}_\delta$  können durch Betrachtung der lokalen Gütestruktur der betrachteten Tests durch die  $\eta_i$  angegeben werden: sie haben die Gestalt  $\mathcal{E}_\delta = \delta \mathcal{E}_1$  und die Halbachsen von  $\mathcal{E}_1$  lassen sich explizit durch die  $\eta_i$  ausdrücken.

Wir untersuchen hier die umgekehrte Fragestellung. Die Familie von Ellipsoiden  $\mathcal{E}_\delta = \delta \mathcal{E}_1$  ist der Ausgangspunkt. Es wird die Existenz eines Tests, der auf einer quadratischen Statistik  $\sum_{i=1}^{\infty} \eta_i N_i^2$  beruht, gezeigt, so dass dieser Test lokaler Maximin- $\alpha$ -Test für das Testen von  $H_0 : h = 0$  gegen  $\mathcal{E}_\delta$ ,  $\delta \downarrow 0$ , ist.

Im Falle endlichdimensionaler Gauß-Shift-Experimente zeigen wir sogar eine gewisse eindeutige Beziehung zwischen Tests, die auf quadratischen Statistiken in der zentralen Zufallsgröße beruhen, und der Menge der  $\mathcal{E}_\delta$ .

**Egbert Dettweiler**

Universität Tübingen

**Approximation of Martingales by Brownian Motions**

Based on a special Skorohod embedding, we prove a strong approximation result for general continuous time martingales: For a given sequence  $(M^{(n)})_{n \geq 1}$  of  $L^4$ -martingales with small jumps there exists (on a different probability space) a sequence  $(\tilde{M}^{(n)})_{n \geq 1}$  of martingales with the same distributions as the given sequence  $(M^{(n)})_{n \geq 1}$  and a Brownian motion  $B$  such that  $\lim_{n \rightarrow \infty} \tilde{M}^{(n)} = B$  in probability uniformly on bounded intervals.

**Jürgen Franz**

TU Dresden

**Bayessche Prognose in Ausfall-Zählprozessen**

AMS(MOS)-Klassifikation: 62F15, 62N05

Die Bayes'sche Herangehensweise wird für statistische Entscheidungen insbesondere dann genutzt, wenn über Modellparameter gewisse Vorinformationen, in der Regel in Form von Prior-Verteilungen, vorliegen.

Im Vortrag werden Modelle für reparierbare technische Systeme auf der Basis von markierten Punktprozessen betrachtet. Für zugehörige Zählprozesse werden Bayessche Parameterschätzer angegeben und eine Bayessche Prognose zu zukünftigen Sprungzeiten untersucht. Insbesondere bei inhomogenen Poissonprozessen werden Prognosedichten und Prognoseintervalle ermittelt.

**Malgorzata Guzowska** Universität Szczecin**Jan Purczynski** Universität Szczecin**Examination of the quality of tail index distribution estimators for small-sample size**

In this paper the following estimators of the Pareto parameter  $\alpha$  (tail index) are considered: the Hill estimator (1975), the Picands estimator (1975), the Dekkers-Einmahl-de Haan estimator (1989) and the Rytgaard estimator (1990).

As a result of a computer simulation study (4000 repetitions) the bias and mean square error (MSE) of individual estimators were derived.

In case of small-sample size ( $n \in \langle 7, 120 \rangle$ ) the Pickands estimator and the Dekkers-Einmahl-de Haan estimator proved useless. The estimator that showed the smallest bias and MSE was the Rytgaard estimator. Only slightly worse in terms of quality was the estimator proposed in this paper based on empirical cumulative distribution function logarithm. The third in row in terms of the bias and MSE values was the Hill estimator.

## References

Dekkers A.L.M., Einmahl J.H.J., de Haan L. (1989): A moment estimator for the index of an extreme-value distribution. The Annals of Statistics, Vol.17, No.4,1833-1855.

Hill B.M. (1975): A simple general approach to inference about the tail of a distribution. The Annals of Statistics, Vol.3, No.5, 1163-1174.

Pickands III J. (1975): Statistical inference using extreme order statistics. The Annals of Statistics, Vol.3, No.1, 119-131.

Rytgaard M. (1990): Estimation in the Pareto distribution. Astin Bulletin, Vol.20, No.2, 201-216.

**Friedrich Liese**

Universität Rostock

**Lokale Maximin-Eigenschaften von Bayes-Tests in Gauss-Shift-Experimenten**

Zur Konstruktion von Tests mit "günstigen" statistischen Eigenschaften für das Testproblem  $H_0 : h = 0$  gegen  $H_A : h \neq 0$  im Gauss-Shift Experiment werden Bayes-Tests verwendet, deren a priori Verteilung auf der Alternative durch ein zufälliges Element  $W$  im Hilbertraum  $H$  definiert ist, dessen Komponenten  $W_i = \langle W, b_i \rangle$  unabhängige und symmetrisch verteilte Zufallsvariable sind. Für Gaußsche a priori Verteilungen ergeben sich Teststatistiken der Form  $\sum_{i=1}^{\infty} \eta_i N_i^2$  wobei die  $N_i$  unter der Nullhypothese standardnormalverteilt sind. Jeder in der obigen Weise konstruierte Bayes-Test und insbesondere jeder auf einer quadratischen Statistik beruhenden Test definiert ein Ellipsoid  $\mathcal{E}$  derart, daß dieser Test für die Folge von eingeschränkten lokalen Alternativen  $h \notin \delta\mathcal{E}$  ein lokaler maximin  $\alpha$ -Test im Sinne von Giri und Kiefer ist. Die Halbachsen von  $\mathcal{E}$  lassen sich explizit angeben.

**Kurt Majewski**

Siemens AG.

**Große Abweichungen reflektierter fraktionale Brownscher Bewegungen**

AMS(MOS)-Klassifikation: 60F10 (90B15,60J65)

Indem wir die Stetigkeit mehrdimensionaler Skorokhod Abbildungen in einer quasi-linear entwerteten gleichmäßigen Norm auf dem Zeitintervall  $\mathbb{R}$  beweisen und bekannte Große Abweichungsprinzipien für fraktionale Brownsche Bewegungen in diese Topologie übertragen, erhalten wir Große Abweichungsprinzipien für mehrdimensionale reflektierte fraktionale Brownsche Bewegungen durch Anwendung des Kontraktionsprinzips. Als Anwendung berechnen wir die Rate für große Abweichungen der stationären Durchlaufzeit in einem Heavy Traffic Warteschlangenmodell, das von fraktionalen Brownschen Bewegungen getrieben wird.

**Tiberiu Postelnicu**

Rumänische Akademie

**Sample Size for Case-Control Studies**

AMS(MOS)-Klassifikation: 62D05

One of the most important and challenging issues in epidemiology is the identification of "risk factors", i.e. etiologic agents that increase the risk of a certain disease. Case-control studies represent a typical epidemiologic approach to these problems. The association between the etiologic agent and the disease is standardly measured by either the "relative risk", or the "odds ratio". We consider some design problems that arise the Bayesian inference on the odds-ratio in the analysis of case-control studies. Namely, the sample size determination and optimal allocation of units among cases and controls for both, interval estimation and hypothesis testing, are considered.

The proposed criteria are employed in order to determine sample size and proportions of units to be assigned to cases and controls for planning a biometric study.

**Jan Purczynski**                      Universität Szczecin

**Magdalena Mojsiewicz**          Universität Szczecin

**Modelling individual property claims distribution using the mixture of exponential distributions**

This paper examines the model of individual property claims distribution comprising the mixture of two exponential distributions: with parameter  $\lambda_1$  for  $x \in \langle \theta_1, \theta_2 \rangle$  and with parameter  $\lambda_2$  ( $\lambda_2 < \lambda_1$ ) for  $x > \theta_2$ .

In the paper we propose the method for value  $\theta_2$  estimation using the formulas for numerical differentiation of a function affected by random noise. We develop the formulas for estimation of parameters  $\lambda_1$  and  $\lambda_2$  by applying maximum likelihood method.

The efficacy of the proposed method was tested in computer simulations using random number generator. It was applied to modelling individual property claims distribution for actual data on damages paid by an insurance company.

**Jörg Rahnenführer**

Max-Planck-Institut Saabrücken

**Statistical analysis of gene expression arrays**

AMS(MOS)-Klassifikation: 62P10

The first phase of the decoding of the human genome is completed, but the function of most genes is still far from being understood. Microarray technology enables researchers to measure gene expression on a genome-wide scale. To obtain valid and reliable results from microarray studies, multiple steps must be performed, including experimental design, image analysis, normalization, statistical analysis and biological verification and interpretation. For many of those subtasks, standard or even optimal procedures are not yet available. Still, the interplay between biology, statistics and computer science has been fruitful for the application of existing and development of new statistical methods.

The steps of a microarray experiment will be described and discussed, focusing on statistical aspects. Some topics including sample classification and the detection of differentially expressed genes will be studied in more detail.

**Michael Röckner**      Universität Bielefeld

**Vladimir Bogachev**

**Feng-Yu Wang**

**Invariance implies Gibbsian: some new results**

AMS(MOS)-Klassifikation: 58G32, 58B99, 82B21

We investigate stationary distributions of stochastic gradient systems in Riemannian manifolds and prove that, under certain assumptions, such distributions are symmetric. These results are extended to countable products of finite dimensional manifolds and applied to Gibbs distributions in the case where the single spin spaces are Riemannian manifolds. In particular, we obtain a new result concerning the question whether all invariant measures are Gibbsian. Actually, we consider a more general object: weak elliptic equations for measures, which, on the one hand, yields the results obtained stronger than the above mentioned statements, and, on the other hand, enables us to give simpler proofs of more general than previously known facts. Applications to concrete models of lattice systems over  $\mathbb{Z}^d$  with not necessarily compact spin space are presented (also in the case  $d \geq 3$ ).

**Ingo Steinke**

Universität Rostock

**Optimale gleichmäßige Konvergenzraten von Lokale-Polynome-Schätzern**

AMS(MOS)-Klassifikation: 62G07, 62G20

Gegeben seien unabhängige Zufallsvariablen  $(X_i, Y_i) \in \mathbb{R}^d \times \mathbb{R}$ . Wir betrachten das nicht-parametrische Regressionsmodell  $m(x) = E[Y_i | X_i = x]$  mit unbekanntem  $m$ . Die Regressionsfunktion  $m$  und deren partiellen Ableitungen werden mit einem lokalen polynomialen Ansatz geschätzt, siehe Fan (1993) und Ruppert und Wand (1994). Es werden maximal erreichbare stochastische Konvergenzraten für die gleichmäßige Konvergenz hergeleitet, vgl. Stone (1982), und gezeigt, dass diese von den Lokale-Polynome-Schatzer erreicht werden.

**Winfried Stute**

Universität Giessen

**The Currency Triangle**

AMS(MOS)-Klassifikation: 91B70, 91B28, 60H30

We propose and study a new stochastic volatility model for exchange rates. To prevent arbitrage profits in the EURO-USD-YEN triangle, say, any stochastic model for exchange rates needs to satisfy certain side constraints. We determine a risk-neutral measure and derive price formulae for Plain-Vanilla options on exchange rates. Interestingly enough and unlike in the Black-Scholes model, the drift component does not drop out.

# Sektion 13

## Didaktik

### Übersichtsvorträge

**Elmar Cohors-Fresenborg** Die PISA-2000-Studie, Konzeption und Analysen

### Vorträge

<b>Paolo Bussotti</b>	An approach to the indefinite descent
<b>Thomas Gawlick</b>	Geometrie - mit dem dynamischen Lineal betrieben
<b>Rainer Heinrich</b>	Erfahrungen mit der verpflichtenden Einführung grafikfähiger Taschenrechner in Sachsen
<b>Aiso Heinze</b>	Umgang mit Fehlern im Geometrieunterricht - eine Videostudie
<b>Hans-Wolfgang Henn</b>	Ein stimmiges Bild von Mathematik auch für künftige Lehrerinnen und Lehrer!
<b>Ingmar Lehmann</b>	Ein Seil um den Äquator - Variationen einer „alten“ Aufgabe
<b>Herbert Möller</b>	Hochschuldidaktik am Beispiel der linearen Algebra
<b>Karin Richter</b>	Historische mathematische Modelle – Möglichkeiten des Öffnens und Fragens in der räumlichen Geometrie
<b>Sabine Roller</b>	Vermittlung numerischer Mathematik im Ingenieurstudium
<b>Gerd Walther</b>	Lernleistung in Mathematik am Ende der Grundschulzeit - Ergebnisse aus IGLU

**Paolo Bussotti**

Universität München

**An approach to the indefinite descent**

The indefinite descent is a demonstrative method of which the application is present in a proposition of Euclid's Elements (book 7-th, proposition 31). But Fermat was the first one to apply in a systematic way such procedure in number theory. So he must be considered the inventor of the method. In the Vortrag, the logic of the indefinite descent will be explained. Some examples of theorems demonstrated by descent will be shown. It can be interesting to underline that some cases (exponents 3, 4, 5) of the famous „Fermat's last theorem“ can be proved by descent. A syntetical history of the method will be exposed too. In fact, in the period from Fermat to Gauss some important theorems in number theory were demonstrated by descent. Euler and, in some cases, Lagrange applied Fermat's method. So that we will try to compare such different applications and to understand why did the descent not have an employment as extended as the one that Fermat believed necessary in order to improve the knowledge of number theory.

**Elmar Cohors-Fresenborg**    Universität Osnabrück

**Norbert Knoche**            Universität Essen

**Die PISA-2000-Studie, Konzeption und Analysen**

Die PISA-Studie erscheint auf den ersten Blick als Leistungsstudie, wenn man nur auf die Tests zur Messung von Fähigkeiten abhebt. Die Analysen der erhobenen Daten zeigen aber, dass es möglich ist, aus den „Leistungsdaten“ Rückschlüsse auf einzelne die Leistung bedingende Faktoren zu ziehen und damit auch fachdidaktische Fragestellungen zu untersuchen. In dem Vortrag konzentrieren wir uns primär auf den Leistungstest Mathematik.

Die PISA-Studie setzt sich aus einem Internationalen Test und einem Nationalen Ergänzungstest zusammen. Beide Tests verfolgen das Ziel, Leistung an einem letztlich normativ festgelegten Begriff „mathematical literacy“ zu messen. Der nationale Ergänzungstest erweitert den dem internationalen zu Grunde liegenden Literacy-Begriff auf den Begriff der „Mathematischen Grundbildung“. Zudem berücksichtigt er in seiner Aufgabenstruktur auch curriculare Aspekte des Unterrichts.

Eine Beurteilung der Analysen der Studie ist nur möglich, wenn man neben den konzeptionellen Vorstellungen und den zu untersuchenden Fragestellungen bei der Entwicklung der Tests mit den Modellvorstellungen vertraut ist, die messtheoretisch die geplanten Analysen der erhobenen Daten im Blick haben. In den Vortrag wird daher auch eine Darstellung der messtheoretischen Verfahren, die in die Konzeption der Tests wie in die Analysen eingehen, aufgenommen.

**Thomas Gawlick**

Universität Landau

**Geometrie - mit dem dynamischen Lineal betrieben**

AMS(MOS)-Klassifikation: 51M15,68U99

Der Vortrag beschäftigt sich mit der durch eine Dynamische Geometrie-Software (DGS) visualisierten Geometrie; und zwar unter der Leitfrage: Ist die Dynamische Geometrie eine Linealgeometrie? Die überraschende Antwort heißt: in weiten Teilen ja! Denn es wird gezeigt: in der Dynamischen Geometrie ist der Kreis - im klassischen Sinne - mit dem Lineal allein konstruierbar. Ebenso die meisten Transversalen des Dreiecks und seine besonderen Punkte. Das bedeutet: Die DGS realisiert ein verbessertes Lineal, das nicht nur Geraden zeichnen kann, sondern auch Senkrechte und Parallelen. Dieses Lineal entspricht also einem Geodreieck ohne Winkelmesser - einem Geolineal. Mit diesem Werkzeug lassen sich die Konstrukte der Schulgeometrie effektiv realisieren, sowie mit Hilfe der Dynamik fast alle bisher untersuchten Ortslinien. Der Zirkel ist als Konstruktionswerkzeug für beides entbehrlich - die Dynamische Geometrie ist also eine Geolinealgeometrie!

**Rainer Heinrich**

Sächsisches Staatsministerium

**Erfahrungen mit der verpflichtenden Einführung grafikfähiger Taschenrechner in Sachsen**

Die Einführung eines so komplexen Hilfsmittels wie des grafikfähigen Taschenrechners (GTR) hat Auswirkungen auf Ziele, Inhalte, Aufgabenkultur, Unterrichtsformen und Methoden sowie auf die Bewertung von Schülerleistungen. Durch die verpflichtende Einführung des GTR ab Klasse 8 konnte erstmalig in einem Bundesland beobachtet werden, wie das System Schule (Schüler, Lehrer, Eltern) auf solche Veränderungen reagiert. Im Vortrag werden Beispiele aus der SI und der SII betrachtet.

**Aiso Heinze**

Universität Augsburg

**Umgang mit Fehlern im Geometrieunterricht - eine Videostudie**

In diesem Vortrag wird über den Umgang mit Schülerfehlern im Lehrer-Schüler-Gespräch des Mathematikunterrichts berichtet. Vor dem Hintergrund der Theorie des negativen Wissens von Oser et al. (1999) sind Fehler als integrativer Bestandteil des Lernprozesses anzusehen. So ist eine „positive Fehlerkultur“, die Hemmungen im Bezug auf das Fehlermachen abbaut, anzustreben. In dem Vortrag wird eine Untersuchung zum Umgang mit Schülerfehlern auf Grundlage von 15 videografierten Unterrichtsstunden präsentiert. Darin wurden alle auftretenden Fehlersituationen ermittelt und mittels eines Drei-Schritt-Modells kategorisiert. Die Ergebnisse zeigen eine starke Lehrerzentrierung in den Fehlersituationen. Es sind vor allem die Lehrer, die Fehler benennen und die Reaktion darauf bestimmen. Die Reaktionsart ist

häufig unabhängig von dem auftretenden Fehlertyp. Zusammenfassend lässt sich sagen, dass der Umgang mit Fehlern im Unterrichtsgespräch viel stärker von der aktuellen Intention des Lehrers beeinflusst wird als von dem Fehlertyp. Dies deutet daraufhin, dass nicht der individuelle Lernprozess des Fehler machenden Schülers im Mittelpunkt steht, sondern der geplante Unterrichtsverlauf des Lehrers.

**Hans-Wolfgang Henn**

Universität Dortmund

**Ein stimmiges Bild von Mathematik auch für künftige Lehrerinnen und Lehrer!**

Ein stimmiges Bild von Mathematik zu vermitteln, hat der frühere DMV-Präsident Stroth als wichtige Aufgabe der Schule bezeichnet. Eine notwendige Bedingung hierfür ist, dass Lehramtsstudierende ein stimmiges Bild an der Universität erhalten. Meinen Erfahrungen nach trifft dies aber leider nicht immer zu; ich habe eher den Eindruck, dass viele Studierende an denselben „Barrieren“ scheitern wie Lernende an den Schulen. Einige Beispiele „aus der Praxis“ sollen dies belegen. Wir versuchen in Dortmund nicht nur in der wohlbekannten Primarlehrer-Ausbildung (Stichwort mathe2000 der Kollegen Müller, Wittmann und Steinbring), sondern auch bei der Ausbildung von Lehrern für die Sekundarstufen neue Wege zu gehen, worüber berichtet werden soll.

**Ingmar Lehmann**

Berlin

**Ein Seil um den Äquator - Variationen einer „alten“ Aufgabe**

Wir legen um den Äquator (in Gedanken) ein Seil, das 1 m länger ist als der Äquator. Welchen Abstand hat das Seil von der Erdoberfläche, wenn das Seil konzentrisch gespannt wird? - So etwa lautet die „übliche“ Fassung dieser Aufgabe. Mit dieser Aufgabe gelingt es noch immer, Interesse und Aktivität der Schüler zu wecken.

Diese Aufgabe werden wir im Folgenden variieren und dabei auf zum Teil unerwartete Resultate stoßen. Das Öffnen dieser Aufgabe erlaubt nämlich - im Sinne des Wortes - einen Blick auf etwas zuvor Verschlussenes. Ein Tor wird aufgestoßen. Die Schüler können sich dem Gegenstand (mehr oder weniger) frei nähern, eigene Fragestellungen aufwerfen und selbstständig in Angriff nehmen. Überraschende oder unerwartete Ergebnisse stimulieren den Fortgang mathematischen Experimentierens ebenso wie auftretende Widersprüche. Diese Widersprüche können dabei auch nur scheinbare sein.

**Herbert Möller**

Universität Münster

**Hochschuldidaktik am Beispiel der linearen Algebra**

AMS(MOS)-Klassifikation: 97B40

Im Unterschied zur Didaktik des Mathematikunterrichts, die international als Wissenschaft etabliert ist, fristet die Hochschuldidaktik der Mathematik ein Schattendasein. Auch wenn aus soziologischen Gründen sich daran in absehbarer Zeit nur wenig ändern sollte, gibt es zahlreiche Aufgaben und Probleme, die hochschuldidaktische Arbeit erfordern. Bei beiden Anfängervorlesungen sind es die Schwierigkeiten des Übergangs von der Schule zur Hochschule. Die lineare Algebra liegt außerdem im Spannungsfeld der Erwartungen verschiedener Abnehmergruppen wie reine, angewandte und numerische Mathematik sowie Informatik und Physik. Die Chance, schon während des Grundstudiums durch sinnvollen Computereinsatz unter anderem Modellbildungs- und Problemlösungsfähigkeiten zu entwickeln, erfordert zumindest wegen des Zeitmangels didaktische Überlegungen. Der Vortrag besteht aus drei Teilen: Einer Situationsanalyse folgt ein Bericht über die „Algorithmische Lineare Algebra“, die aus zwei Anfängervorlesungen hervorgegangen ist und die seit sechs Jahren als Buch vorliegt, in dem die obigen Aspekte eine wesentliche Rolle spielen. Als Ausblick wird ein „Anwendungspraktikum“, zum Problemlösen in der linearen Algebra mit dem Computeralgebrasystem MuPAD beschrieben.

**Karin Richter**

Universität Halle-Wittenberge

**Historische mathematische Modelle – Möglichkeiten des Öffnens und Fragens in der räumlichen Geometrie**

Kann die Auseinandersetzung mit historischen mathematischen Modellen, die auf die taktile, im wahrsten wie auch im übertragenen Sinne des Wortes begreifende Auseinandersetzung mit geometrischen Zusammenhängen ausgerichtet sind, im aktuellen Mathematikunterricht noch eine bedeutsame Rolle spielen? Ist nicht vielmehr durch die Möglichkeiten, die insbesondere die Computernutzung bietet, eine Orientierung auf andere, moderne Mittel und Medien der Veranschaulichung angezeigt? Im Vortrag soll an drei ausgewählten Beispielen diskutiert werden, welche Möglichkeiten sich für Schülerinnen und Schüler eröffnen, in der unbefangenen, offenen Auseinandersetzung mit (historischen) mathematischen Modellen einen ganz eigenen Weg zu selbstständigem, selbstbestimmtem, entdeckendem Lernen im Bereich speziell der räumlichen Geometrie zu finden. „In der Mathematik ist das Fragen wichtiger als das Lösen von Problemen.“ (Georg Cantor, 1869) Die im Vortrag vorgestellten Arbeitsblätter zu Kugel, Hyperboloid und Sternkörpern wollen Schülerinnen und Schüler ermuntern zu kreativer Beschäftigung mit grundlegenden geometrischen Fragestellungen, wollen Ausgangspunkt und Anregung sein zu weiterer intensiver Beschäftigung mit den handgreiflich erkannten, (im eigentlichen Sinn) begriffenen geometrischen Phänomenen.

**Sabine Roller**            Universität Stuttgart

**Michael Dumbser**      Universität Stuttgart

**Claus-Dieter Munz**    Universität Stuttgart

**Vermittlung numerischer Mathematik im Ingenieursstudium**

Im Rahmen des Projektes Notebook University Stuttgart (NUSS) wurde ein neues Konzept zur Vermittlung numerischer Mathematik im Ingenieursstudium entwickelt, das vor allem auf dem Prinzip Learning by Doing basiert und nur durch den effizienten Einsatz von Neuen Medien realisiert werden kann. Angeboten wird eine Vorlesung mit integriertem Rechnerpraktikum zur Numerischen Gasdynamik, durchgeführt auf Laptops, in der die Studierenden mit den Grundlagen der Finite-Volumen-Verfahren vertraut gemacht werden sollen. Die neuartige Form und das didaktische Konzept dieser Veranstaltung sind interessant für alle, die numerische Methoden in der Ingenieurausbildung lehren. Das Konzept ist leicht übertragbar auf andere Verfahren und andere Fach- und Anwendungsgebiete. Die Besonderheit liegt in der engen Verknüpfung von mathematischen Grundlagen, direkter und eigenständiger Umsetzung in Computerprogramme und der Anwendung auf praxisnahe Beispiele, die aus anderen (theoretischen) Vorlesungen bekannt sind. Die Studierenden erleben Mathematik nicht als blasse Theorie, sondern in der praktischen Anwendung und im Vergleich mit den Möglichkeiten experimenteller Untersuchungen. Dadurch sind sie hochmotiviert und beschäftigen sich intensiv mit dem Vorlesungsstoff.

**Gerd Walther**

Universität zu Kiel

**Lernleistung in Mathematik am Ende der Grundschulzeit - Ergebnisse aus IGLU**

Die öffentliche Reaktion auf die Untersuchung von Schülerleistungen am Ende der Grundschulzeit zu Kernbereichen des Curriculums fällt deutlich zurückhaltender aus als bei den Untersuchungen (TIMSS, PISA) zum Sekundarbereich. Das mag an den relativ guten Ergebnissen bei IGLU liegen. Gleichwohl besteht für das System Grundschule kein Grund für Selbstzufriedenheit. Im Vortrag werden am Beispiel des Mathematiktests gerade die durch die IGLU Studie deutlich gewordenen Schwachstellen beleuchtet.

# Sektion 14

## Geschichte

### Vorträge

<b>Philip Beeley</b>	Oxforder Roulette. Zur Diskussion über die Entdeckung der Zykloide im Briefwechsel von John Wallis (1616-1703)
<b>E. H.-A. Gerbracht</b>	„Lieber Onkel Felix“ – Briefwechsel Felix Klein und Robert Fricke
<b>Werner H. Schmidt</b>	Von Schonen über Rostock nach Böhmen: Denkmale zu Tycho Brahe
<b>Thomas Sonar</b>	Die frühen Tafeln des Henry Briggs
<b>Peter Ullrich</b>	Über die Spannungen zwischen – und in – Berlin und Göttingen am Ende des 19. Jahrhunderts

**Philip Beeley**

Universität Münster

**Oxforder Roulette. Zur Diskussion über die Entdeckung der Zykloide im Briefwechsel von John Wallis (1616-1703)**

AMS(MOS)-Klassifikation: 01A45

Kein Problem hat so viel Lärm in der Gelehrtenrepublik hervorgerufen, schrieb einmal der französische Mathematiker Jean Gallois (1637-1707), wie das Problem der Roulette, besser bekannt als die Zykloide. So gut wie alle Aspekte dieser Figur wurden zum Gegenstand von Prioritätsdisputen, darunter ihre Rektifikation und die Ausmessung des zugehörigen Rotationskörpers. Vor allem aber stand die Auseinandersetzung um die Erstentdeckung der Figur selbst im Mittelpunkt der Diskussion im 17. Jahrhundert. Um 1658/9 schien es lediglich zwei Kandidaten für diese Ehre zu geben: Marin Mersenne und Galileo Galilei. Der Oxforder Mathematiker John Wallis, der sich um diese Zeit mit Pascals Preisfragen zur Zykloide befaßte, favorisierte die Argumente für den Prioritätsanspruch Galileis. Doch gegen Ende des Jahrhunderts im Briefwechsel mit Leibniz brachte er stattdessen Nikolaus von Kues ins Spiel, nachdem er eine vergleichbare Figur in einem Manuskript von *De mathematicis complementis* gesehen hat. J. E. Hofmann und R. Klibansky haben zwar im letzten Jahrhundert nachgewiesen, dass sich Wallis dabei geirrt hat. Aber handelt es sich tatsächlich um einen Irrtum oder geht es vielmehr darum, wie die Frage der Priorität überhaupt verstanden wird? Der Vortrag versucht, Licht auf die Gründe für Wallis's Entscheidung für Cusanus zu werfen.

**Eberhard H.-A. Gerbracht** TU Braunschweig

**Clemens Adelman** TU Braunschweig

**„Lieber Onkel Felix“ – Briefwechsel Felix Klein und Robert Fricke**

Leben und Werk des Braunschweiger Mathematikers und Hochschulprofessors Robert Fricke (1861-1930) sind geprägt durch den Einfluss von Felix Klein. Beginnend mit seinen Studienjahren in Leipzig (1883-1885) steht Fricke bis zum Tode Kleins im Jahre 1925 in ständigem persönlichen und schriftlichen Kontakt mit diesem. Hierdurch wird Frickes wissenschaftliches und privates Leben maßgeblich beeinflusst: so wird er einerseits zu dem deutschsprachigen Hauptprotagonisten des von Klein initiierten Forschungsprogramms zur „Geometrischen Funktionentheorie“ zu Beginn des 20. Jahrhunderts, andererseits ist er mit Klein seit 1894 durch seine Heirat mit dessen Nichte in direkter Linie verschwägert.

Die Korrespondenz zwischen Robert Fricke und Felix Klein umfasst in den Göttinger und Braunschweiger Archiven insgesamt mehr als 400 Briefe. Zusammen mit weiteren im Nachlass von Fricke neuentdeckten Dokumenten geben diese nicht nur Zeugnis für eine „typische“ Karriere als wissenschaftlich tätiger Mathematiker im Deutschen Reich um 1900, sondern ermöglichen auch einen Blick „hinter die Kulissen“ der damaligen mathematischen Landschaft.

**Werner H. Schmidt**

Universität Greifswald

**Von Schonen über Rostock nach Böhmen: Denkmale zu Tycho Brahe**

AMS(MOS)-Klassifikation: 01A40

Er war herausragender Wissenschaftler und bemerkenswerter Observator. Ihm wird nachgesagt, er wäre streitsüchtig und gewalttätig gewesen. Als Rostocker Student verlor er in einem Duell seine Nase: Tycho Brahe. Im Vortrag werden Bilder von Denkmalen und Gemälden aus Schweden, Dänemark, Deutschland, Tschechien, Polen und Österreich gezeigt, die Tycho Brahe würdigen.

**Thomas Sonar**

TU Braunschweig

**Die frühen Tafeln des Henry Briggs**

AMS(MOS)-Klassifikation: 01A45

Zu Beginn der Entwicklung der Logarithmen zur Basis 10 war Henry Briggs bereits in seinen Fünzigern und eine weniger bekannte Karriere als Tafelmacher lag bereits hinter ihm. Ich werde die Spuren von Henry Briggs in seiner Zeit als Professor am Gresham College verfolgen und seine erste veröffentlichte Arbeit, eine Tabelle zu William Gilberts Neigungsgesetz, vorstellen. Die aufstrebende Seefahrernation England brauchte dringend verlässliche Navigationsmittel und Gilbert war der Überzeugung, ein sehr hilfreiches Gerät für die Bestimmung des Breitengrades aus magnetischen Feldlinien der Erde konstruiert zu haben. Die Ablesung des Breitengrades aus dem Neigungswinkel einer magnetischen Nadel war jedoch sehr kompliziert, so daß Henry Briggs eine einfache Tabelle schuf.

**Peter Ullrich**

Universität Siegen

**Über die Spannungen zwischen – und in – Berlin und Göttingen am Ende des 19. Jahrhunderts**

AMS(MOS)-Klassifikation: 01A72, 01A55

Daß zwischen den beiden führenden mathematischen Zentren eines Landes ein Antagonismus besteht, ist naheliegend, insbesondere, wenn er sich an zwei Personen mit so unterschiedlichen Forschungsparadigmen festmachen läßt wie an Felix Klein und Karl Weierstraß. In der Tat äußerte die Berliner Fakultät 1892 ihre dezidierte Abneigung gegen Klein.

Ein genauerer Blick auf die Jahrzehnte um diesen Zeitpunkt enthüllt jedoch ein Spannungsfeld, das keinesfalls rein bipolar war:

In Berlin wurde das Verhältnis von Weierstraß zu seinen Kollegen Lazarus Fuchs und Leopold Kronecker nicht nur durch mathematische Probleme belastet; in Göttingen gab es Streitigkeiten zwischen Klein und David Hilbert wegen der inhaltlichen Ausrichtung von zu besetzenden Stellen.

Und, um die Gemengelage noch zu verkomplizieren: Die Berufung des Klein-Schülers Adolf Hurwitz als Extraordinarius nach Königsberg wurde über Weierstraß (in Berlin) und seinen Schüler Hermann Amandus Schwarz (in Göttingen) in die Wege geleitet.

# Minisymposien

- 1 **Approximationsmethoden und schnelle Algorithmen** (S. 101)  
(G. Plonka-Hoch, plonka@math.uni-duisburg.de)  
(J. Prestin, prestin@math.uni-luebeck.de)
- 2 **Stochastische Analysis von Sprungprozessen** (S. 107)  
(W. Hoh, hoh@mathematik.uni-bielefeld.de)  
(R. Schilling, R.Schilling@sussex.ac.uk)
- 3 **Mathematik und Internet** (S. 111)  
(H.-J. Becker, becker@sub.uni-goettingen.de)  
(M. Kaplan, kaplan@mathematik.tu-muenchen.de)  
(B. Wegner, wegner@math.TU-Berlin.DE)
- 4 **Software für partielle Differentialgleichungen** (S. 119)  
(F. Hülsemann, frank.huelsemann@informatik.uni-erlangen.de)
- 5 **Mathematik für Ingenieure** (S. 125)  
(D. Schott, d.schott@et.hs-wismar.de)  
(R. Strauß, raimond.strauss@mathematik.uni-rostock.de)
- 6 **Anwendungen des Automatischen Differenzierens in der Optimierung** (S. 131)  
(T. Slawig, slawig@math.tu-berlin.de)  
(A. Walther, awalther@math.tu-dresden.de)
- 7 **Constructivity in Analysis and Topology** (S. 137)  
(P. Schuster, Peter.Schuster@mathematik.uni-muenchen.de)
- 8 **Inverse Probleme** (S. 141)  
(V. Michel, michel@mathematik.uni-kl.de)
- 9 **Gesetze der kleinen Zahlen: Extrema und seltene Ereignisse** (S. 149)  
(M. Falk, falk@mathematik.uni-wuerzburg.de)



# Minisymposium 1

## Approximationsmethoden und schnelle Algorithmen

Leiter des Symposiums:

**G. Plonka-Hoch** (Duisburg)

**J. Prestin** (Lübeck)

<b>Arne Barinka</b>	Schnelle Berechnung nichtlinearer Funktionale im Kontext adaptiver Wavelet Methoden
<b>Martin Buhmann</b>	Radiale Basisfunktionen, Anwendungen und neue Resultate
<b>Dorothee D. Haroske</b>	Envelopes and applications in approximation theory
<b>Stefan Kunis</b>	Iterative Fourier-Rekonstruktion
<b>Ewald Quak</b>	Was sind B-wavelets ?
<b>Thorsten Raasch</b>	Adaptive wavelet schemes for parabolic problems
<b>Holger Rauhut</b>	Radial Multiresolution Analysis in $\mathbb{R}^3$
<b>Manfred Tasche</b>	Numerische Stabilität von Wavelet-Algorithmen
<b>Holger Wendland</b>	Sobolev-Schranken für Funktionen mit verstreuten Nullstellen
<b>Xinlong Zhou</b>	On convergent multivariate subdivision schemes

**Arne Barinka**

RWTH Aachen

**Schnelle Berechnung nichtlinearer Funktionale im Kontext adaptiver Wavelet Methoden**

Iterative Wavelet Galerkin-Verfahren für Operatorgleichungen mit einem nichtlinearen Anteil  $y$  führen auf Terme der Form  $(\langle y(u_{\Lambda_i}), \psi_\lambda \rangle)_{\lambda \in \Lambda_{i+1}}$ . Hierbei bezeichnet  $u_{\Lambda_i}$  den Approximanden im Schritt  $i$  und  $\Lambda_{i+1}$  die präjudizierte Indexmenge der nächsten Näherungslösung. Dabei sind die  $u_{\Lambda_i}$  bezüglich der Waveletbasis dargestellt, d.h. sie haben jeweils die Form  $u_{\Lambda_i} = \sum_{\lambda \in \Lambda_i} u_\lambda \psi_\lambda$ .

Die schnelle Berechnung obiger innerer Produkte ist bei adaptiven Wavelet-Methoden schwierig, da die Indexmengen  $\Lambda_i$  in der Regel hohe Skalendifferenzen aufweisen und somit oszillierende Funktionen auf sehr unterschiedlichen Skalen interagieren. Um dieses Problem zu umgehen, ist eine Behandlung in einer alternativen Einzelskalen-Darstellung zwar denkbar, jedoch aufgrund der hierbei entstehenden hohen Komplexität letztlich nicht sinnvoll.

Wir stellen ein sogenanntes *recovery scheme* zur schnellen Berechnung von Mengen von inneren Produkten obiger Form vor, und zeigen weitere Anwendungsbereiche auf.

**Martin Buhmann**

JLU Giessen

**Radiale Basisfunktionen, Anwendungen und neue Resultate**

AMS(MOS)-Klassifikation: 41A05, 41A15, 41A63, 64D15

Die Methode der radialen Basisfunktionen ist ein modernes Hilfsmittel zur Funktionen- und Datenapproximation, vor allem wenn viele Unbekannte erforderlich sind. Die Grundform der Approximation (bei  $n$  Unbekannten) einer gegebenen Funktion  $F$  ist

$$F(x) \approx S(x) = \sum_k \lambda_k \phi(\|x - x_k\|), \quad x \in R^n,$$

d.h.  $F$  wird durch ein  $S$  approximiert, wobei  $\lambda_k$  geeignete reelle Koeffizienten sind,  $x_k \in R^n$  Stützstellen, an denen  $F$  explizit bekannt ist,  $\|\cdot\|$  die Euklidische Norm in  $R^n$  und schließlich  $\phi$  die "radiale Basisfunktion". Beispiele für  $\phi$  sind  $\phi(r) = r$ ,  $\phi(r) = \sqrt{r^2 + c^2}$  (die sogenannte Multiquadric Funktion) und  $\phi(r) = r^2 \log r$  (thin-plate splines). Im vorletzten Beispiel ist  $c$  ein reeller Parameter.

Das besondere an diesen Approximationen ist, daß für viele radiale Basisfunktionen  $S$  so gewählt werden kann, daß  $F(x_k) = S(x_k)$  an allen Stützstellen gilt, und zwar unabhängig von der Dimension  $n$  und der Verteilung und Anzahl der Stützstellen. Wir können also in beliebigen Dimensionen und mit beliebigen Daten interpolieren. Außerdem besitzen diese Interpolanten hervorragende Konvergenzeigenschaften. Dieses soll in dem Vortrag besprochen werden.

**Dorothee D. Haroske**

FSU Jena

**Envelopes and applications in approximation theory**

AMS(MOS)-Klassifikation: 46E35

Envelopes in function spaces provide a relatively simple, but effective tool in characterising spaces, say, of Besov or Sobolev type; this turned out quite recently. Measuring either growth (unboundedness) or continuity (smoothness) of corresponding (regular) distributions one does not only obtain precise descriptions of such spaces; there are also surprisingly sharp applications to Hardy type inequalities, limiting embedding assertions, and estimates for approximation numbers of compact embeddings.

Let  $U$  be the unit ball in  $\mathbb{R}^n$ ,  $n < p < \infty$ , and  $a > 0$ . Then we prove that the corresponding approximation numbers behave like

$$a_k(\text{id} : L_p(\log L)_a(U) \rightarrow B_{\infty,\infty}^{-1}(U)) \sim k^{-\left(\frac{1}{n} - \frac{1}{p}\right)} (1 + \log k)^{-a}, \quad k \in \mathbb{N}.$$

Similarly we present results for spaces of generalised smoothness of type  $B_{p,q}^{(s,\Psi)}$ , where  $\Psi$  stands for an *admissible* function, essentially of type  $(1 + |\log x|)^b$ ,  $x \in (0, 1]$ ,  $b \in \mathbb{R}$ .

**Stefan Kunis** Universität zu Lübeck

**Daniel Potts** Universität zu Lübeck

**Iterative Fourier-Rekonstruktion**

AMS(MOS)-Klassifikation: 33C55, 65F10, 65F20, 65T50

Die Auswertung trigonometrischer und sphärischer Polynome an endlich vielen Knoten ist eine Problemstellung der numerischen linearen Algebra. Die hierzu entwickelten schnellen Fourier-Transformationen für beliebige Knoten können als Matrix-Vektor-Multiplikationen interpretiert werden.

Im Vortrag werden Algorithmen zur iterativen Lösung des korrespondierenden Interpolations- bzw. diskreten Approximationsproblems vorgestellt. Diese *inversen* Fourier-Transformationen basieren auf CG-Typ-Verfahren angewandt auf die (gewichteten) Normalgleichungen erster und zweiter Art. Explizite Schranken für das Spektrum der auftretenden Matrizen und damit für die Konvergenzgeschwindigkeit der Iterationsverfahren werden angegeben. Numerische Beispiele belegen die theoretischen Ergebnisse.

**Ewald Quak**

SINTEF Oslo

**Was sind B-wavelets ?**

AMS(MOS)-Klassifikation: 65D07, 65T60, 65D17

B-Splines bilden die Standardbasis für Räume von Polynomsplines über beliebigen Knotenverteilungen auf einem kompakten Intervall. Geschachtelte Knotensequenzen führen auf

geschachtelte Splineräume und damit sind Splines wichtige Bestandteile sowohl in der Wavelettheorie als auch in Anwendungen wie dem Mehrskaleneditieren im geometrischen Modellieren. Ziel dieses Vortrages ist, einen Einblick zu geben, was B-Wavelets sind, wie man diese konstruiert und welche Eigenschaften sie haben. Dabei bezeichnen wir als B-Wavelets die Elemente einer zur B-Spline Basis analogen semiorthogonalen Standardbasis aus Spline-wavelets mit minimalem Träger auf (fast) beliebigen geschachtelten Knotensequenzen.

Bereits in zwei Veränderlichen bietet sich ein ganz anderes Bild. Schon für den Fall stückweise linearer Funktionen, die auf einer beliebigen Triangulierung definiert sind, welche man dann gleichmäßig verfeinert, kann man zeigen, dass eine brauchbare Basis für die Waveleträume nicht so einfach zu identifizieren ist.

**Thorsten Raasch**

Universität Marburg

**Adaptive wavelet schemes for parabolic problems**

AMS(MOS)-Klassifikation: 65M12, 65M20, 65M55, 65M60

In this talk we discuss the wavelet-based numerical treatment of linear initial-boundary value problems of parabolic type. Our main focus lies on the usage of *adaptive* schemes which adjust the discretization efficiently and without any a priori knowledge of the unknown solution. To this end, we discretize the parabolic problem with a horizontal method of lines, leading to a series of elliptic problems in the space variable which can then be solved by well-known adaptive wavelet-Galerkin schemes with optimal convergence order. Coupling this space discretization with an appropriate stepsize and order control in the time direction leads to a fully adaptive approximation scheme for the parabolic problems under consideration.

**Holger Rauhut** TU München

**Margit Rösler** Universität Göttingen

**Radial Multiresolution Analysis in  $\mathbb{R}^3$**

AMS(MOS)-Klassifikation: 42C40

The talk presents some results of a joint work with Margit Rösler. The concept of a multi-resolution analysis (MRA) has been proven very useful for the construction of Wavelets on  $\mathbb{R}$  (resp.  $\mathbb{R}^d$ ). We successfully transferred this concept onto the setting of radial functions in  $\mathbb{R}^3$ . The usual translation (which clearly does not preserve radially) is substituted by a generalized translation. The dilation is still the usual one. Instead of the Fourier transform we use the Hankel transform as an essential tool. In case of  $\mathbb{R}^3$  its kernel is the sine cardinalis function, which in fact enables an analogous approach as in the classical case. As a main result we construct (orthonormal) radial scaling functions and wavelets from a given classical *even* (orthonormal) scaling function on  $\mathbb{R}$  in a simple way. Furthermore, fast algorithms are formulated.

**Manfred Tasche**

Universität Rostock

**Numerische Stabilität von Wavelet–Algorithmen**

Bekanntlich beruhen niedrige arithmetische Komplexität und gute numerische Stabilität von Algorithmen für ein Matrix–Vektor–Produkt auf einer Faktorisierung der Matrix in ein Produkt dünnbesetzter Matrizen einfacher Struktur. Im Vortrag werden neue Ergebnisse zur numerischen Stabilität von Zerlegungs- und Rekonstruktionsalgorithmen für periodische orthogonale bzw. biorthogonale Wavelets mit endlichen Filterlängen vorgestellt. Der Rundungsfehler wird sowohl im Rahmen einer worst–case Analyse als auch einer average–case Analyse abgeschätzt. Es wird gezeigt, daß die numerische Stabilität wesentlich von der Vorberechnung der Filterkoeffizienten, der Zerlegungstiefe und der Faktorisierung der Waveletmatrizen abhängt. Numerische Tests bestätigen die erhaltenen Abschätzungen des Rundungsfehlers.

**Holger Wendland**

Universität Göttingen

**Sobolev-Schranken für Funktionen mit verstreuten Nullstellen**

Bei der klassischen, univariaten Interpolation mit Splines lassen sich Fehlerabschätzungen in zwei Schritte einteilen. Zunächst bestimmt man Schranken für hinreichend glatte Funktionen, die an den Stützstellen verschwinden. Im zweiten Schritt wird dann ausgenutzt, dass die Spline Interpolante auch eine beste Approximation bzgl. einer geeigneten Semi-Norm ist.

Um diese Vorgehensweise ins Multivariate zu übertragen, werden also zunächst Abschätzungen für Funktionen mit vielen, verstreuten Nullstellen benötigt. Im Unterschied zum eindimensionalen Fall lassen sich die Nullstellen aber in keiner vernünftigen Weise anordnen, so dass die Techniken jetzt andere sein müssen.

In diesem Vortrag geht es um solche Abschätzungen, wenn die Funktionen aus Sobolev Räumen stammen. Ferner geht es um Anwendungen im Bereich der Interpolation mit radialen Basisfunktionen, die die Eigenschaft der besten Approximation von Splines in das Multivariate übertragen.

**Xinlong Zhou**

Universität Duisburg-Essen

**On convergent multivariate subdivision schemes**

AMS(MOS)-Klassifikation: 65D17, 26A18

It is known that the convergence of multivariate subdivision schemes with finite masks can be characterized via joint spectral radii of a finite set of matrices. However, the calculation of joint spectral radii is NP-hard. For nonnegative finite masks we will present in this paper some simply computable sufficient conditions for the convergence that will cover a substantially larger class of schemes. In particular, the convergence problem is solved if the support of a nonnegative finite mask is a centered zonotope and the dimension is less than 6. Roughly speaking, the subdivision schemes defined by these masks are always convergent.

# Minisymposium 2

## Stochastische Analysis von Sprungprozessen

Leiter des Symposiums:

**W. Hoh** (Bielefeld)

**R. Schilling** (Brighton)

**Björn Böttcher**

From Lévy Processes to Lévy-type Processes using Pseudo-differential Operators

**Uwe Franz**

Lévy Processes on Real Lie Algebras and Quasi-invariance Formulas for the Gamma, Meixner, and Pascal Process

**Bogdan Krzyzstof**

Estimates for Harmonic and Superharmonic Functions of Stable Processes

**Thomas Simon**

Stable Small Balls in  $p$ -Variation

**Wilhelm Stannat**

On the Poincare inequality for infinite divisible random measures and applications

**Toshihiro Uemura**

When Do Symmetric Stable-like Processes Exit From Balls?

**Matthias Winkel**

Sample Path Methods for Lévy and Related Processes

**Fehmi Özkan**

Application of Lévy Processes in Finance

**Björn Böttcher**

University of Wales

**From Lévy Processes to Lévy-type Processes using Pseudo-differential Operators**

(Abstrakt lag bei Redaktionsschluss noch nicht vor)

**Uwe Franz**

Universität Greifswald

**Lévy Processes on Real Lie Algebras and Quasi-invariance Formulas for the Gamma, Meixner, and Pascal Process**

(Abstrakt lag bei Redaktionsschluss noch nicht vor)

**Bogdan Krzysztof**

Universität Wrocław

**Estimates for Harmonic and Superharmonic Functions of Stable Processes**

(Abstrakt lag bei Redaktionsschluss noch nicht vor)

**Thomas Simon**

Université d'Evry

**Stable Small Balls in  $p$ -Variation**

(Abstrakt lag bei Redaktionsschluss noch nicht vor)

**Wilhelm Stannat**

Universität Bielefeld

**On the Poincaré inequality for infinite divisible random measures and applications**

AMS(MOS)-Klassifikation: 60G57, 60J80, 60F10

We study Poincaré inequalities and more general functional inequalities for infinite divisible random measures in terms of the corresponding canonical measures. Examples of particular interest are provided by Gamma random measures which have been recently investigated by Tsilevich, Vershik and Yor. The results are applied to the spectral properties of transition semigroups of continuous state branching processes.

**References**

- 1 Stannat, W., Spectral properties for a class of continuous state branching processes with immigration. *J. Funct. Anal.*, Vol. 201, No. 1, 185-227, 2003.
- 2 Stannat, W., On transition semigroups of  $(A, \Psi)$ -superprocesses with immigration. *Ann. Probab.*, Vol. 31, No. 3, 1377-1412, 2003.

**Toshihiro Uemura**

Kobe University of Commerce

**When Do Symmetric Stable-like Processes Exit From Balls?**

We first define symmetric stable-like processes as variants of symmetric stable processes in terms of Dirichlet form theory. After considering regularities of the form, we show some path properties of the process. Then we give an exact form of the  $L - 2$ -generator. Using this expression of the generator, we finally show some estimates of exit time from balls.

**Matthias Winkel**

University of Oxford

**Sample Path Methods for Lévy and Related Processes**

It is well-known that continuous time stochastic processes can be looked at in the following two ways: as uncountable families of random variables or as random functions in suitable function spaces. You can study properties that are naturally associated with either approach, but one does not exclude the other. Rather than giving some of the many examples in the literature, one or two pieces of original research will be presented to support the claim that sample path methods provide a better understanding. The first is on the subordination of Lévy processes, the second on random trees and superprocesses. In both examples, (apparent?) limitations of these methods appear.

**Fehmi Özkan**

Universität Freiburg

**Application of Lévy Processes in Finance**

Classical models in finance are based on Brownian motion as driving process although it is known that real-life financial data provides a different statistical behaviour than that implied by these models. Lévy processes are an appropriate tool to increase accuracy of models in finance. They have been used to model stock prices, and term structures of interest rates, thus allowing more accurate derivative pricing and risk management. In this presentation we show how Lévy processes can be successfully applied to finance. We focus on models for credit risk.

# Minisymposium 3

## Mathematik und Internet

Leiter des Symposiums:

**H.-J. Becker** (Göttingen)

**M. Kaplan** (München)

**B. Wegner** (Berlin)

**Hans J. Becker**

World Digital Mathematical Library (WDML): Genese der Idee der Digital Mathematical Library (DML) und Stand der Planungen und Realisierungen

**Dominik Eberlein**

Lehren und lernen im Web: Multimediale Mathematikausbildung (Mumie)

**Thomas Fischer**

DFG Projekt MathDiss International: Ergebnisse und Planungen

**Silke Göbel**

Zugang zu elektronischen Publikationen über Datenbanken

**Wolfgang Kimmerle**

Lehren und lernen im Web:  
das Projekt Mathematik - Online

**Michael Kohlhase**

Mathematik auf dem Web – von Präsentation zu Mehrwert-Diensten

**Rainer Nörenberg**

Mathematische digitale Dokumente

**Robert Roggenbuck**

Mathematische Projekte im Web – Wissen für Industrie und Dienstleistungen

**Luise Unger**

Lehren und lernen im Web: das Projekt math-kit  
(<http://www.math-kit.de>)

**Gisela Weber**

AKademisches LEhrmaterial ONline - AKLEON

**Bernd Wegner**

EMANI - Langzeitarchivierung digitaler mathematischer Dokumente im Rahmen einer Kooperation zwischen Bibliotheken, Verlegern und Herausgebern

**Diego de Castillo**

Math-Net lokal: Verwalten der Preprints an der Uni Köln

**Hans J. Becker**

Universität Göttingen

**World Digital Mathematical Library (WDML): Genese der Idee der Digital Mathematical Library (DML) und Stand der Planungen und Realisierungen**

Die Digital Mathematical Library (DML) als Idee einer vollständigen Bibliothek der mathematischen Literatur ist schon von Mathematikergenerationen diskutiert worden, wobei aber die Realisierung bisher auf Grund der technischen Mittel nicht möglich war. Dies hat sich grundlegend geändert und daher ist eine neue entsprechende Entwicklung entstanden. Hierzu werden der gegenwärtige Stand und weitergehende Planungen dargestellt.

**Dominik Eberlein**

TU München

**Lehren und lernen im Web: Multimediale Mathematikausbildung (Mumie)**

Ziel des Kooperationsprojekts der TU München, TU Berlin, RWTH Aachen und Uni Potsdam ist die Erzeugung einer WWW-basierten Lernumgebung mit interaktiven Inhalten zur Höheren Mathematik. Dazu wurde eine Lernplattform mit komfortablen Werkzeugen zur Erstellung interaktiver Inhalte entwickelt. Das Projekt gliedert sich in drei Teile, die sich gegenüber bestehenden Systemen vor allem durch folgende Eigenschaften auszeichnen:

- Generische Lernplattform, die besonders auf die fachdidaktischen Ansätze naturwissenschaftlicher Fächer optimiert ist. Dabei kommen intelligente Navigationsnetze zum Einsatz, die logische Abhängigkeiten zwischen Themenkomplexen netzartig visualisieren und somit auch alternative Zugänge aufzeigen.
- AppletFactory: Interaktive Java Applets können einfach und ohne tiefere Programmierkenntnisse mittels einer Klassenbibliothek erstellt werden.
- Inhaltserstellung: Durch spezielle Dokumentenklassen ist es möglich, interaktive Inhalte in  $\text{T}_{\text{E}}\text{X}$  zu schreiben, die mit einem selbst entwickelten Konverter über XML nach XHTML übersetzt werden.

**Thomas Fischer**

Universität Göttingen

**DFG Projekt MathDiss International: Ergebnisse und Planungen**

(Abstrakt lag bei Redaktionsschluss noch nicht vor)

**Silke Göbel**

**Zugang zu elektronischen Publikationen über Datenbanken**

(Abstrakt lag bei Redaktionsschluss noch nicht vor)

**Wolfgang Kimmerle**

Universität Stuttgart

**Lehren und lernen im Web: das Projekt Mathematik - Online**

Gegenstand des Vortrags ist die Frage, wie und wie sinnvoll mit Internet und Multimedia die Lehre in der Mathematik unterstützt werden kann.

Es soll hierzu das Projekt HM - Online vorgestellt werden, welches im Rahmen des Programms "Innovative Projekte in der Lehre" vom Land Baden - Württemberg und von den Universitäten Ulm und Stuttgart seit November 2001 gefördert wird (Laufzeit bis Oktober 2004; Projektleitung: K.Höllig (Stuttgart), W.Kimmerle (Stuttgart)), G.Nebe (Ulm).

**Michael Kohlhase**

Universität Bremen

**Mathematik auf dem Web – von Präsentation zu Mehrwert-Diensten**

Dieser Vortrag gibt einen Überblick über die Möglichkeiten zur Verbreitung mathematischen Wissens auf dem Internet.

Der Trend zur web-basierten Verarbeitung von mathematischem Wissen wurde eingeleitet durch die Verfügbarkeit von XML-basierten Standards für mathematische Formeln (MathML and OpenMath) und entsprechenden Browsern die eine Präsentation in TeX/LaTeX-Qualität erlauben ohne die Flexibilität von html aufzugeben. Der nächste Schritt in dieser Entwicklung ist die Repräsentation der Bedeutung mathematischer Objekte. Damit können diese an mathematische Softwaresysteme wie Computeralgebrasysteme, automatische Beweiser, oder Visualisierungssysteme übertragen werden, die sich dadurch zu mathematischen Mehrwert Diensten (Web Services) integrieren lassen.

In diesem Vortrag möchte ich die Infrastruktur diskutieren, die benötigt wird um mathematisches Wissen bequem und effizient zu manipulieren, visualisieren, und zu verteilen. Ich

werde dabei besonders auf das XML-basierte OMDoc Format (Open Mathematical Documents) und das MBase System (eine mathematische Wissensbank) eingehen.

**Rainer Nörenberg** Universität Freiburg

**Masakazu Suzuki** Kyushu University

### **Mathematische digitale Dokumente**

Bei den Möglichkeiten und Problemen, die sich beim Bereitstellen von Information über das Internet stellen, finden sich Aspekte, die fuer mathematischen Inhalt spezifisch sind, oder im Rahmen der Mathematik spezifische Lösungen haben.

So erscheint es wünschenswert, dass fuer Artikel die aufeinander inhaltlich Bezug nehmen ein solcher Bezug auch technisch innerhalb des Internets, etwa durch geeignete Verlinkung, hergestellt wird. Dies läßt sich fuer neuere mathematische Artikel weitgehend automatisieren. Eine besondere Rolle kommt hierbei den Webdiensten der einschlägigen Besprechungsjournale (Mathematical Reviews und Zentralblatt für Mathematik) zu. Das gilt für digitalisierte wie für direkt in elektronischer veröffentlichte Artikel in gleichem Maße.

Eine weitere Besonderheit mathematisch - naturwissenschaftlicher Veröffentlichungen ist ihr Gehalt an Formelsprache, die modernen Texterkennungssystemen noch immer wenig zugänglich ist. Im Rahmen der gängigen Digitalisierungsmethode, die ein gescanntes Bild durch eine versteckte, durch Texterkennungssoftware erzeugte Textebene fuer digitale Suche zugänglich macht, gibt es verschiedene Möglichkeiten, mit diesem Formeltext umzugehen, vom Ignorieren des Problems bis zur Anwendung spezieller Texterkennungssoftware für mathematische Texte.

**Robert Roggenbuck**

Universität Osnabrück

### **Mathematische Projekte im Web – Wissen für Industrie und Dienstleistungen**

Mathematische Analysetechniken und Algorithmen zaehlen in den verschiedensten Bereichen von Industrie, Wissenschaft und Gesellschaft zu den wichtigen, aber kaum sichtbaren Technologien. Moderne Methoden der angewandten Mathematik haben sich weltweit als eine fundamentale Ressource erwiesen. Die verborgene Schlüsseltechnologie Mathematik wird immer mehr zu einem innovationstraechtigen Motor fuer den wirtschaftlich-technologischen und den gesellschaftlichen Fortschritt des 21. Jahrhunderts.

Das Projekt „Math&Industry“, aus dem in diesem Vortrag berichtet wird, hat zum Ziel, eine Anlaufstelle und Kontaktadresse fuer Anwender aus Industrie und Dienstleistungen zu werden und dabei einen Zugang zu den Projektergebnissen auch aus mathematischer Sicht wie auch aus anderen Wissenschaftsdisziplinen zu schaffen.

Es werden dabei die Probleme der Informationsflut a la Google und die Ueberwindung der Sprachbarrieren zwischen verschiedenen Wissenschaften sowie Anwendern behandelt.

**Luise Unger**

FernUniversität Hagen

**Lehren und lernen im Web: das Projekt math-kit (<http://www.math-kit.de>)**

math-kit ist ein im Rahmen des BMBF-Programms "Neue Medien in der Hochschullehre" gefördertes Projekt. Beteiligt sind die der Universitäten Bayreuth, Hagen (Konsortialführung), Hamburg, Paderborn und der Industriepartner SciFace Software.

math-kit ist ein webbasierter Baukasten, der Lehrenden und Studierenden an Universitäten interaktive Bausteine für zentrale Inhalte der Mathematik und ihrer Anwendungen zur Verfügung stellt. Diese kleinen interaktiven Elemente lassen sich per Mausklick in individuelle Lernumgebungen einbinden und ermöglichen den Einsatz im Präsenz-, Fern- und Selbststudium.

Ziel des Projektteams, das sich aus den Bereichen Mathematik, Didaktik, Informatik, Elektrotechnik und Maschinenbau zusammensetzt, ist es, Lehrende beim Einsatz von multimedialen Komponenten zu unterstützen.

Unabhängig davon, ob sich Mathematikveranstaltungen im ersten Studienjahr an Studierende der Mathematik, der Informatik oder der Ingenieurwissenschaften richten, stehen ähnliche Inhalte im Vordergrund. Zu diesen Inhalten existieren in math-kit multimediale Bausteine: Visualisierungstools veranschaulichen abstrakte Sachverhalte. Übungstools stellen zahllose Aufgaben zur Verfügung. Sie lassen individuelle Lösungsstrategien zu, bieten Lösungshilfen an und kontrollieren Ergebnisse. Explorationsapplets unterstützen einen aktiv-entdeckenden Zugang zur Mathematik. In Beispielen wird die Verzahnung der Mathematik mit anderen Fachwissenschaften aufgezeigt.

Bei der Entwicklung von Bausteinen wird zum Teil auf existierende Software zurückgegriffen. Mit dem Computeralgebrasystem MuPAD, das über einen Computing Server im Internet zur Verfügung steht, hat das Projektteam keine Einschränkungen bei der Gestaltung komplexer Übungselemente und Rechenwerkzeuge bei gleichzeitigem Rückgriff auf das mathematische Expertenwissen. Zur Visualisierung mathematischer Zusammenhänge hat sich die dynamische Mathematiksoftware GEONExT bewährt. Auf einfache Weise lassen sich Konstruktionen erzeugen, dynamisch verändern und als Applets abspeichern, was in dieser Form mit traditionellen Konstruktionswerkzeugen nicht realisierbar ist.

Der Einsatz einzelner math-kit Elemente wird in verschiedenen Szenarien (Präsenzlehre, Präsenzübung, Fernstudium) getestet und evaluiert. Das Konzept folgt der Strategie "Erst breit und flach, dann eng und tief." Durch Eingangsfragebögen werden die Benutzerprofile abgeschätzt. Angesprochen werden so unterschiedliche Studierendengruppen wie Lehramt Grundschule, angehende Informatiker und Ingenieure sowie Mathematikstudierende; allein der Kreis der Fernstudierenden bietet ein sehr heterogenes Bild. Auf die interne Erprobung folgen Test und Evaluation von math-kit-Elementen durch Online-Befragungen, Interviews etc.

math-kit beinhaltet ein Autorensystem, das die Infrastruktur zur Bewältigung der Aufgaben im Umgang mit Lernmaterialien bietet. Der "Baustein" ist die kleinste verwaltbare Einheit in math-kit. Er lässt sich mit anderen Bausteinen zu Kursen zusammensetzen. Um unabhängig vom späteren Präsentationsmedium zu sein, werden die Inhalte in einer XML-Datei kodiert.

math-kit unterstützt die relevanten Standards zum Laden und Speichern der Bausteine, wie IMS Content Packaging und SCORM. Diese Vorgehensweise erlaubt einen Austausch der Lerninhalte mit Learning Management Systemen (LMS). Eine komplette E-Learning-Umgebung entsteht durch die Kopplung eines LMS mit math-kit. Die Kommunikation erfolgt über einen Construction Kit Server. math-kit bietet für das Erstellen der Kurse ein eigenes Programm an. Per drag'n'drop können die meisten Operationen durchgeführt werden. Die Bausteine und Kurse können in beliebige Formate, wie z.B. HTML und PDF, übersetzt werden.

**Gisela Weber**      Universität Kaiserslautern  
**Christian Weber**    Universität Kaiserslautern  
**AKademisches LEhrmaterial ONline - AKLEON**

(Abstrakt lag bei Redaktionsschluss noch nicht vor)

**Bernd Wegner**  
TU Berlin  
**EMANI - Langzeitarchivierung digitaler mathematischer Dokumente im Rahmen einer Kooperation zwischen Bibliotheken, Verlegern und Herausgebern**

Das Projekt EMANI (Electronic Mathematics Archiving Network Initiative) ist vor mehr als zwei Jahren ins Leben gerufen worden. Ziel ist es, das Problem der Langzeitarchivierung digitaler mathematischer Dokumente im Rahmen einer Kooperation zwischen Bibliotheken, Verlegern und Herausgebern anzugehen. Resultat soll ein möglichst breit zugängliches Archiv sowie ein Netzwerk von Kompetenzzentren sein, die sich um den langfristigen Erhalt der Lesbarkeit digitaler Dokumente kümmern. Basis für das Netzwerk sind weltweit verteilte Bibliotheken sowie Herausgeber mathematischer Publikationen, die den Bibliotheken die Lizenzen für die Digitalisierung ihrer gedruckten Publikationen sowie der Pflege der digital produzierten Publikationen übertragen und die Produkte in ihre Angebote einbinden. Der Vortrag geht auf die wichtigsten Problemstellungen im Bereich der Archivierung digitaler Dokumente ein, beschreibt die ersten Aktionen, die vom Projekt in dieser Richtung durchgeführt werden und stellt die bisher erzielten Ergebnisse im Bereich der Retro-Digitalisierung dar.

**Diego de Castillo**      Universität zu Köln

**Juergen Kallies**

**Winfried Truemper**

**Math-Net lokal: Verwalten der Preprints an der Uni Köln**

AMS(MOS)-Klassifikation: 68N19

Am Mathematischen Institut in Köln werden komplette Websites mit Hilfe des Website Management System (WMS) FReDI<sup>1</sup> konzipiert. W. Trümper entwickelte das WMS am Mathematischen Institut in Köln, und seitdem wird es verschiedenen Institutionen, auch außerhalb der Universität, erfolgreich eingesetzt. In unserem Institut wurde bis jetzt damit ein Preprint-Server, eine Knowledgebase und kleinere Anwendungen realisiert. Es ist weiterhin geplant, alle Math-Net-relevanten Daten mit FReDI anzubieten.

Wie der Name bereits andeutet, kommt FReDI ohne Dateisystem aus: alle Inhalte, Daten, Adressen, Grafiken, Verlinkungen etc. werden in einer Datenbank verwaltet. FReDI ist kein CGI-Skript (oder eine Sammlung solcher), sondern ein eigenständiger Web-Server.

FReDI ist eine Entwicklungsumgebung für den Ersteller, mit dem dieser Anwendungen, etwa den Preprint-Server eines Fachbereichs, einfach 'zusammenklickt'. Für das Erstellen von Websites sind daher nicht mehr Kenntnisse von Programmiersprachen wie Perl oder PHP nötig.

---

<sup>1</sup>*filesystem replacement database interface* – siehe dazu <http://wt.xpilot.org/projects/fredi/>



# Minisymposium 4

## Software für partielle Differentialgleichungen

Leiter des Symposiums:

**F. Hülsemann** (Erlangen)

<b>Martin Bücker</b>	Softwareentwicklung unter Berücksichtigung algorithmischer Ableitungen
<b>Jürgen Fuhrmann</b>	pdelib - eine Toolbox für die numerische Lösung von PDEs
<b>Frank Hülsemann</b>	Constructing flexible yet runtime efficient PDE solver
<b>Dietmar Kröner</b>	Numerische Methoden für konvektionsdominante Probleme
<b>Michael Lehn</b>	A flexible C++ library for Adaptive Numerical Methods
<b>Oliver Marquardt</b>	padfem2 - Ein modulares Framework für Finite Element Simulationen
<b>Alexander Stippler</b>	A flexible C++ library for adaptive numerical methods
<b>Franz-Theo Suttmeier</b>	On Education in Numerical Methods for PDEs.

**Martin Bücker**      RWTH Aachen  
**Arno Rasch**        RWTH Aachen  
**Christian Bischof**   RWTH Aachen

**Softwareentwicklung unter Berücksichtigung algorithmischer Ableitungen**

AMS(MOS)-Klassifikation: 68N19, 65Y99

Von einem abstrakten Standpunkt aus implementiert eine numerische Software eine Funktion, die eine gegebene Eingabe auf eine berechnete Ausgabe abbildet. Eine numerische Software kann daher als eine Auswertung einer mathematischen Funktion an einer Stelle aufgefasst werden. Oft ist man auch an der Auswertung der Ableitungen dieser Funktionen an derselben Stelle interessiert, wie beispielsweise in der numerischen Optimierung. Hier bieten Techniken des algorithmischen Differenzierens eine effiziente Methode zur Ableitungsauswertung. Darunter versteht man eine Transformation eines gegebenen numerischen Programms in ein neues Programm, das neben der Funktion auch die spezifizierten Ableitungen auswerten kann. Der Vortrag zeigt auf, woran man als Entwickler einer numerischen Software denken sollte, wenn man zu einem späteren Zeitpunkt algorithmisches Differenzieren auf seine numerische Software anwenden möchte.

**Jürgen Fuhrmann**                      WIAS Berlin

**Koautoren siehe Abstrakt**

**pdelib - eine Toolbox für die numerische Lösung von PDEs**

In diesem Vortrag werden Konzepte des Re-Designs der Toolbox pdelib für die Lösung partieller Differentialgleichungen auf unstrukturierten Netzen vorgestellt.

Auf folgende Elemente der Konzeption wird unter Anführung von Beispielen, die den aktuellen Arbeitsstand dokumentieren, im Vortrag eingegangen.

- Integration der Delaunay-Gittergeneratoren triangle (2D) und TetGen (3D) in den Numerikcode, Diskussion der sich daraus ergebenden algorithmischen Optionen.
- Gitterpartitionierung und Paralleisierung für shared-Memory-Systeme
- Effizienter Zugriff auf unstrukturierte Netze.
- Integration der Skriptsprache Lua und ihre Nutzung für Pre- und Postprocessing.

Autoren: J.Fuhrmann, K. Gärtner, H.Langmach, H.Si, M.Uhle

**Frank Hülsemann** Universität Erlangen-Nürnberg

**Ulrich Rüde** Universität Erlangen-Nürnberg

**Benjamin Bergen** Universität Erlangen-Nürnberg

**Constructing flexible yet runtime efficient PDE solver**

AMS(MOS)-Klassifikation: 65Y05 65N55

Amongst other properties, PDE solvers for large scale problems should be flexible, as they are time consuming to write, and obviously runtime efficient. This presentation reports on the experiences with a regularity centered approach for grid based PDE software that aims to combine geometric flexibility with runtime efficiency. An unstructured coarse grid that describes the problem geometry is repeatedly subdivided in a regular fashion to yield a hierarchy of grids on which the approximation is sought. By construction, the grid hierarchy is well suited for multilevel methods. The gain in runtime performance that results from the exploitation of the patchwise regularity of the refined grids over standard implementations will be illustrated.

**Dietmar Kröner**

Universität Freiburg

**Numerische Methoden für konvektionsdominante Probleme**

(Abstrakt lag bei Redaktionsschluss noch nicht vor)

**Michael Lehn** Universität Ulm

**Alexander Stippler** Universität Ulm

**A flexible C++ library for Adaptive Numerical Methods**

Our software library aims at setting up a base for the implementation of various applications concerning elliptic PDEs. In particular we have in mind adaptive wavelet methods. A key requirement for this purpose is a library providing flexible and efficient data structures, especially vector and matrix types also including sequences.

Different applications pose different requirements on these types concerning indexing facilities, storage structure, access mechanisms and other properties. Separating these concerns as customizable components of our matrix and vector structures does not only provide the required flexibility, but also allows for a uniform interface of all matrix and vector types. This layout facilitates maintenance and changes of the code, since most features are well localized in the code.

We provide mechanisms to access and modify parts of matrices and vectors efficiently and in a convenient manner. In general, convenient usage is another essential requirement, since it is crucial for the acceptance of a software package. Therefore we always try to preserve easy usage and experienced that it most often does not really interfere with efficiency.

**Oliver Marquardt** Universität Paderborn/PC2

**Stephan Blazy** Universität Paderborn/PC2

**padfem2 - Ein modulares Framework für Finite Element Simulationen**

AMS(MOS)-Klassifikation: 65Y05

Softwarepakete zur Behandlung von partiellen Differentialgleichungen auf zwei oder drei-dimensionalen Gebieten bestehen hauptsächlich aus komplexen und unhandlichen Komponenten, die gerade in der Parallelverarbeitung auf großen SMPs oder Clustersystemen schlechte Skalierungseigenschaften besitzen. Das Simulationswerkzeug *padfem2* bietet als modulares Framework ein vereinfachendes Modell zur Entwicklung von parallelen numerischen FEM-Algorithmen, welches effizient auf SMP-Clustersystemen umgesetzt werden kann.

Dieser Vortrag soll *padfem2* als eine Alternative zu herkömmlichen Softwarepaketen vorstellen. Dazu wird eine detaillierte Übersicht über die Architektur und interne Arbeitsweise gegeben. Anhand von 3D Beispielanwendungen wird zudem die intuitive Herangehensweise an die Problemlösung erklärt, die letztendlich eine effiziente Umsetzung garantiert.

**Alexander Stippler**

Universität Ulm

**A flexible C++ library for adaptive numerical methods**

Our software library aims at setting up a base for the implementation of various applications concerning elliptic PDEs. In particular we have in mind adaptive wavelet methods. A key requirement for this purpose is a library providing flexible and efficient data structures, especially vector and matrix types also including sequences.

Different applications pose different requirements on these types concerning indexing facilities, storage structure, access mechanisms and other properties. Separating these concerns as customizable components of our matrix and vector structures does not only provide the required flexibility, but also allows for a uniform interface of all matrix and vector types. This layout facilitates maintenance and changes of the code, since most features are well localized in the code.

We provide mechanisms to access and modify parts of matrices and vectors efficiently and in a convenient manner. In general, convenient usage is another essential requirement, since it is crucial for the acceptance of a software package. Therefore we always try to preserve easy usage and experienced that it most often does not really interfere with efficiency.

**Franz-Theo Suttmeier**

Universität Dortmund

**On Education in Numerical Methods for PDEs.**

The Finite Element Method is widely used for the numerical treatment of partial differential equations. The complexity of a software solution realising this method can grow considerably. One possibility to deal with this problem is to use a FE-library. But during the last 10 years the author has been working in this field at university departments of numerical mathematics, and about five times he observed the situation that a new member starts the development of a new library. In the talk we will discuss this problem.



# Minisymposium 5

## Mathematik für Ingenieure

Leiter des Symposiums:

**D. Schott** (Wismar)

**R. Strauß** (Rostock)

<b>E. H.-A. Gerbracht</b>	Computeralgebra im Analogschaltungsentwurf
<b>Hans-Dietrich Gronau</b>	Elemente der Diskreten Mathematik in der Ingenieurausbildung
<b>Friedemann Kemm</b>	ReVoKoS - ein interaktives Vorlesungsskript fuer die Ausbildung von Ingenieuren in numerischer Mathematik
<b>B. Lampe</b>	Frequenzgang für lineare periodische Systeme
<b>T. Risse</b>	Über das notebook university Projekt teleVISE
<b>Sabine Roller</b>	Die Vermittlung numerischer Mathematik im Ingenieursstudium
<b>Gabriele Sauerbier</b>	Probleme der Studenten beim Lösen von Anwendungsaufgaben: Eine parallele Studie
<b>Dieter Schott</b>	Klippen und Tücken der Computermathematik und ihre Konsequenzen für die Mathematikausbildung von Ingenieurstudenten
<b>Raimond Strauß</b>	Über einen Ergänzungskurs zur Ingenieurmathematik

**Eberhard H.-A. Gerbracht**

TU Braunschweig

**Computeralgebra im Anlogschaltungsentwurf**

In den letzten Jahren haben Methoden der Computeralgebra – insbesondere aufgrund der Existenz leistungsfähiger Computeralgebrasysteme (CAS) – verstärkt Eingang in die Forschung im Bereich des Anlogschaltungsentwurfs gefunden und sind damit ins Blickfeld auch der Ingenieurwissenschaften geraten.

Im Vortrag sollen sowohl die für diese Entwicklung verantwortlichen elektrotechnischen Problemstellungen skizziert werden als auch die Möglichkeiten, die sich für die Anwendung von CAS scheinbar und tatsächlich eröffnet haben und eröffnen. Zudem soll auf Auswirkungen für eine zukünftige Ergänzung des Curriculums der Mathematik für Studierende der Elektrotechnik eingegangen werden, wobei auch auf bereits vorhandene (Lehr-)Erfahrungen des Vortragenden als „Wanderer zwischen den Welten“ der Mathematik und der Elektrotechnik an einer Technischen Universität Bezug genommen werden soll.

**Hans-Dietrich Gronau**

Universität Rostock

**Elemente der Diskreten Mathematik in der Ingenieurausbildung**

AMS(MOS)-Klassifikation: 05, 11

Das Kern-Curriculum „Mathematik“ für die Ingenieur-Ausbildung an europäischen Hochschulen sieht vier Teilbereiche vor:

- \* Analysis
- \* Lineare Algebra
- \* Diskrete Mathematik
- \* Stochastik

Im Vortrag wird das Konzept der Einbeziehung von Elementen der Diskreten Mathematik in die eigene, seit 11 Jahren gehaltene Vorlesung „Mathematik für Wirtschaftsingenieurwesen und -informatik“ an der Universität Rostock vorgestellt. Entsprechend aktueller Entwicklungen, wie etwa in der Kryptologie und der Codierungstheorie, liegt der Schwerpunkt auf ausgewählten Teilen der Zahlentheorie und endlichen Körpern. Erfahrungen und Beispiele werden präsentiert.

**Friedemann Kemm** Universität Stuttgart  
**C.-D. Munz**  
**M. Pauli**  
**T. Westermann**

**ReVoKoS - ein interaktives Vorlesungsskript fuer die Ausbildung von Ingenieuren in numerischer Mathematik**

Es wurde ein Konzept entwickelt, wie beide Aspekte, Theorie und Erfahrung in der numerischen Simulation, in Lehrveranstaltungen vermittelt werden können. Dieses unterstützt die Studierenden darin, möglichst schnell eigene Erfahrungen mit numerischen Methoden für konkrete Probleme zu sammeln, welche mit dem Thema des Studiums eng zusammenhängen. Damit werden Fertigkeiten in der numerischen Simulation erworben, aber auch die Wichtigkeit und Nützlichkeit der numerischen Methoden in den Anwendungen aufgezeigt.

Basis ist ein elektronisches Vorlesungsskript, aus dem heraus interaktive Beispiele in der Form von MAPLE-Worksheets ausgeführt werden können. Die Ideen und die Konstruktion der numerischen Methoden werden in der Vorlesung vorgestellt, wobei Beispiele zur Motivation und Demonstration interaktiv in der Vorlesung vorgeführt werden. Zur Nachbearbeitung der Vorlesung können die Studierenden diese Methoden auf einfache Probleme anwenden und haben die Möglichkeit, einzelne Parameter oder ganze Beispiele selbst zu ändern und damit zu spielen.

Der Vortrag beschreibt die didaktische Anlage des Projekts, die technische Umsetzung, sowie flankierende Maßnahmen, die den Bezug zu Praxis und Programmierung verstärken.

**B. Lampe**  
Universität Rostock  
**Frequenzgang für lineare periodische Systeme**

(Abstrakt lag bei Redaktionsschluss noch nicht vor)

**T. Risse**  
HS Bremen

**Über das notebook university Projekt teleVISE**

(Abstrakt lag bei Redaktionsschluss noch nicht vor)

**Sabine Roller**            Universität Stuttgart  
**Michael Dumbser**        Universität Stuttgart  
**Claus-Dieter Munz**      Universität Stuttgart

**Die Vermittlung numerischer Mathematik im Ingenieursstudium**

Im Rahmen des Projektes Notebook University Stuttgart (NUSS) wurde ein neues Konzept zur Vermittlung numerischer Mathematik im Ingenieursstudium entwickelt, das vor allem auf dem Prinzip Learning by Doing basiert und nur durch den effizienten Einsatz von Neuen Medien realisiert werden kann. Angeboten wird eine Vorlesung mit integriertem Rechnerpraktikum zur Numerischen Gasdynamik, durchgeführt auf Laptops, in der die Studierenden mit den Grundlagen der Finite-Volumen-Verfahren vertraut gemacht werden sollen. Die neuartige Form und das didaktische Konzept dieser Veranstaltung sind interessant für alle, die numerische Methoden in der Ingenieurausbildung lehren. Das Konzept ist leicht übertragbar auf andere Verfahren und andere Fach- und Anwendungsgebiete. Die Besonderheit liegt in der engen Verknüpfung von mathematischen Grundlagen, direkter und eigenständiger Umsetzung in Computerprogramme und der Anwendung auf praxisnahe Beispiele, die aus anderen (theoretischen) Vorlesungen bekannt sind. Die Studierenden erleben Mathematik nicht als blasse Theorie, sondern in der praktischen Anwendung und im Vergleich mit den Möglichkeiten experimenteller Untersuchungen. Dadurch sind sie hochmotiviert und beschäftigen sich intensiv mit dem Vorlesungsstoff.

**Gabriele Sauerbier**    HS Wismar  
**Norbert Grünwald**    HS Wismar  
**Sergiy Klymchuk**      Neuseeland

**Probleme der Studenten beim Lösen von Anwendungsaufgaben: Eine parallele Studie**

In dieser Studie geht es um den ersten Schritt bei der Lösung von Anwendungsaufgaben, um das Formulieren eines mathematischen Lösungsansatzes. Aus unserer täglichen Lehrpraxis in den Mathematikkursen für Ingenieurstudenten der ersten beiden Semester wissen wir, wie schwer dieser erste Schritt den Studenten fällt. Dennoch waren wir überrascht von den Ergebnissen dieser Studie. Zwei Studentengruppen, eine in Neuseeland (54 Studenten), die andere in Deutschland (50 Studenten) sollten die folgende Extremwertaufgabe lösen: Aufgabe Die Fahrtkosten eines Schwertransporters bei der konstanten Geschwindigkeit von  $v$  km/h werden auf  $4+v^2/200$  Dollar pro Stunde geschätzt. Zeigen Sie, dass um die Gesamtkosten einer Fahrt über 100 km in diesem LKW bei konstanter Geschwindigkeit zu minimieren, der

LKW ungefähr 28 km/h fahren sollte. Unserer Meinung nach hatten die Studenten genügend Kenntnisse, Fertigkeiten, gesunden Menschenverstand und Praxis, um dieses Problem leicht zu lösen. Aber nur 4 Studenten der deutschen Gruppe waren in der Lage, die erforderliche Gesamtkostenfunktion nach kurzer Überlegung aufzustellen. Im Vortrag werden die Ergebnisse der anschließenden Diskussion mit den Studenten vorgestellt.

**Dieter Schott**

HS Wismar

**Klappen und Tücken der Computermathematik und ihre Konsequenzen für die Mathematikausbildung von Ingenieurstudenten**

Welchen Platz Rechner-gestützte Mathematiksysteme (wie MATLAB, MAPLE, MATHEMATICA oder MATHCAD) mit ihren Komponenten (numerisches und symbolisches Rechnen, graphisches Darstellen, Experimentieren) in der Ausbildung von Ingenieurstudenten einnehmen sollen, ist eine kontrovers diskutierte Frage. Neben einleuchtenden Vorteilen (anspruchsvollere und praktisch bedeutsamere Beispiele, Entlastung vom stupiden Rechnen und Umformen, große Experimentiermöglichkeiten, Einbindung von Informatikteilen) gibt es auch Gefahren (Vernachlässigung der theoretischen Mathematikkenntnisse, blindes Vertrauen in die Ausgaben des Rechners, fehlendes Gefühl für die Korrektheit von Ergebnissen, Fehlinterpretationen bzw. Unfähigkeit zur Interpretation von Ergebnissen des Rechners, Unfähigkeit zum interaktiven Eingreifen bei unvorteilhaften oder fehlenden Ergebnisdarstellungen). Dafür werden typische Beispiele genannt und diskutiert. Das Dilemma ist: Obwohl die Mathematikkenntnisse vieler Studienanfänger katastrophal sind, verlangt die sinnvolle Einbindung von Mathematiksystemen u.a. gerade ein gediegenes mathematisches Hintergrundwissen. Moderne Mathematik in der Ingenieurausbildung kann also nicht in der Reduzierung auf Computermathematik bestehen.

**Raimond Strauß**

Universität Rostock

**Über einen Ergänzungskurs zur Ingenieurmathematik**

Der Ergänzungskurs wird für Studierende des Studienganges Wirtschaftsingenieurwesen, die die Vorlesung Ingenieurmathematik gehört haben, angeboten. Im Vortrag werden Inhalt und Ziele der Vorlesung vorgestellt und Schlussfolgerungen für die zugrunde liegende Vorlesung zur Ingenieurmathematik vorgeschlagen.



# Minisymposium 6

## Anwendungen des Automatischen Differenzierens in der Optimierung

Leiter des Symposiums:

**T. Slawig** (Berlin)

**A. Walther** (Dresden)

<b>Daniel Bachmann</b>	Berechnung von Sensitivitäten in numerischen Grundwassermodellen
<b>Ulrich Brandt-Pollmann</b>	Derivative based optimization of discontinuous dynamical processes
<b>Martin Bucker</b>	The minimum p-norm estimation problem in magnetoencephalography
<b>Ralf Giering</b>	Source-to-source transformation in Fortran and C
<b>Laurent Hascoët</b>	Using the TAPENADE AD Tool to minimize the Sonic Boom under an Aircraft
<b>Klaus Röbenack</b>	Optimale Regelung und Stabilisierung nichtlinearer Zustandssysteme unter Verwendung analytisch berechneter Ableitungen
<b>Julia Sternberg</b>	A-Revolve: An adaptive memory- and run-time-reduced procedure for calculating adjoints; with an application to the instationary Navier-Stokes system
<b>Heinrich Widmann</b>	A prototype of a carbon cycle data assimilation system based on automatic differentiation

**Daniel Bachmann** RWTH Aachen

**Thomas Vogel**

**Nils Huber**

**Jürgen Köngeter**

**Berechnung von Sensitivitäten in numerischen Grundwassermodellen**

Im Rahmen der Kalibrierung numerischer Grundwassermodelle wie auch zur Interpretation von Strömungs- und Transportprozessen in geklüftet porösen Medien wendet das Institut für Wasserbau und Wasserwirtschaft der RWTH Aachen die Methodik der automatischen Differenzierung zur Ermittlung von Sensitivitäten an. Die als Finite Elemente Programm umgesetzte Differentialgleichung für die Grundwasserströmung wird dabei mittels ADIFOR automatisch differenziert, die Ergebnisse werden einer Berechnung mittels finiter Differenzen gegenübergestellt. Ein Anwendungsbeispiel zeigt Vor- und Nachteile der Herangehensweisen.

**Ulrich Brandt-Pollmann**

Universität Heidelberg

**Derivative based optimization of discontinuous dynamical processes**

Recently the development of quantitative mathematical models in Biotechnology to describe dynamical processes has brought fundamental progress. Based on scale changes the models often include implicit discontinuities in the right hand sides of the differential equations.

In this talk we present a direct multiple shooting method for discontinuous dynamical off-line process optimization. Additionally we show extensions of this concept on real-time scenarios (NMPC) in order to be able react on changing circumstances in real-time.

One focus is the efficient generation of derivatives of the solution of the discontinuous dynamical models. In order to efficiently calculate derivatives with the required precision, techniques of internal numerical differentiation and algorithmic differentiation are appropriately combined.

As applications we present the maximization of the rate of yield of the agent in the production of antibiotics and furthermore a biotechnological process from BASF AG, Ludwigshafen.

**Martin Bücker** RWTH Aachen

**Roland Beucker**

**The minimum p-norm estimation problem in magnetoencephalography**

AMS(MOS)-Klassifikation: 65K10, 65Y99

The minimum-norm estimate is a popular reconstruction technique to localize the electrical activity on the human cortex for given measurements of a magnetic field outside the head.

The standard approach minimizes the Euclidean norm of the current density distribution of the underlying dipole moments. However, for certain magnetic fields whose current density distribution is known to be focal, the traditional approach based on the Euclidean norm tends to over-smooth the reconstructions. To overcome these difficulties, a minimum  $p$ -norm approach with  $1 < p < 2$  is taken to increase the focality when  $p$  approaches unity. A Newton-type optimization algorithm is investigated in order to avoid potential numerical instabilities caused by reweighted least-squares algorithms. Automatic differentiation is used to efficiently evaluate the underlying gradient of the cost function.

**Ralf Giering**           FastOpt Hamburg

**Thomas Kaminski**   FastOpt Hamburg

**Michael Voßbeck**   FastOpt Hamburg

### Source-to-source transformation in Fortran and C

A large class of optimisation algorithms rely on first and second derivative information. Source-to-source transformation generates, from a given code that evaluates a function, another code for evaluation of its derivative(s). We present FastOpt's source-to-source transformation tool Transformation of Algorithms in Fortran for programmes written in Fortran 77-95. TAF has generated efficient first and second order derivative code for large scale applications; we sketch a few examples. Recently, FastOpt has carried out a design study for TAC++, their future source-to-source transformation tool for programmes written in C/C++. As a demonstration, we present an efficient adjoint of a Roe solver that has been generated by TAC++.

**Laurent Hascoët**       INRIA France

**Valerie Pascual**       INRIA France

**Rose-Marie Greborio**   INRIA France

**Alain Dervieux**        INRIA France

### Using the TAPENADE AD Tool to minimize the Sonic Boom under an Aircraft

The Tapenade AD tool is developed by the Tropics research team at INRIA Sophia-Antipolis, France. Tapenade provides Automatic Differentiation of Fortran files, in tangent and reverse modes. Differentiation is achieved by source transformation, that generates a new program that computes the derivatives. We shall put a special focus on the reverse mode, for which the differentiation strategy uses checkpointing and several static analyses that help produce a more efficient code. Tapenade can be used directly as a web server or downloaded from our web site <http://www-sop.inria.fr/tropics/>, where more documentation can be found. Our application example is shape optimization of a supersonic aircraft, aiming at reducing the Sonic Boom felt on the ground. We propose an hybrid gradient-based optimization strategy. It combines mathematical analysis and hand-coding of the adjoint solver on one hand, with reverse-mode AD of carefully selected parts of the program on the

other hand. We also propose semi-automatic improvements to the reverse mode of AD, and measure their impact on the memory consumption of reverse AD.

**Klaus Röbenack**

TU Dresden

**Optimale Regelung und Stabilisierung nichtlinearer Zustandssysteme unter Verwendung analytisch berechneter Ableitungen**

AMS(MOS)-Klassifikation: 49N35, 65D25, 93B40, 93C10

Betrachtet werden Zustandsraummodelle der Form  $\dot{x} = f(x) + g(x)u$ ,  $y = h(x)$  mit glatten Abbildungen  $f, g : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  und  $h : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ . Dabei bezeichnet  $u$  den Eingang,  $x$  den Zustand und  $y$  den Ausgang. Die Aufgabenstellung besteht darin, ein Regelgesetz  $u = k(x)$  mit  $k : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  zu entwerfen, welches das Zustandssystem entlang einer Referenztrajektorie stabilisiert. Die zusätzliche Minimierung eines Kostenfunktional ist oft wünschenswert. Moderne Entwurfsansätze basieren auf differentialgeometrischen Konzepten oder verwenden Lyapunov-Argumente. Der wesentliche Nachteil dieser Zugänge besteht in dem hohen symbolischen Rechenaufwand. Komplizierte Systeme werden zudem oft mit Hilfe von Modellierungssprachen (z.B. MODELICA) beschrieben. Das Modell liegt dann nicht als explizierte Formel vor, sondern wird durch Algorithmen beschrieben. Das erschwert eine symbolische Weiterverarbeitung erheblich. Der hohe Rechenaufwand bei symbolischen Entwurfsmethoden läßt sich mit Hilfe des Automatischen Differenzierens vermeiden. Die beim Reglerentwurf häufig benötigten Lie Ableitungen können auf der Basis univariater Taylorreihen exakt berechnet werden. Ein besonderer Schwerpunkt des Beitrages ist die Verbingung zwischen differentialgeometrischen Ansätzen, optimaler Regelung und Automatischem Differenzieren.

**Julia Sternberg**

TU Dresden

**A-Revolve: An adaptive memory- and run-time-reduced procedure for calculating adjoints; with an application to the instationary Navier-Stokes system**

AMS(MOS)-Klassifikation: 49M15, 49M29, 65K10, 76D55

Adjoint are the most important tool for computing sensitivities in control problems for the time dependent Navier-Stokes equations, in particular when the number of control variables is large and thus forbids approaches based on finite difference methods. In view of numerical simulations in practical applications, in most numerical simulations adaptive time-stepping is utilized and neither the number of iterate steps therefore is known in advance nor time grid and step cost. As remedy for such problems adaptive reversal schedules are introduced. These schedules propose and adaptively modify checkpointing distributions during the runtime of the forward solve. We present a low-storage and low-run-time approach for calculating numerical approximations of adjoint equations for the instationary Navier-Stokes equations with adaptive evaluation of the discretization step. It utilizes adaptive checkpointing. It is one result that memory reduction of two orders of magnitude only causes a slow down factor

of 2-3 in run-time. It is a further result that the adaptive checkpointing for the instationary Navier-Stokes equations causes only a slight increase of the run-time compared to the static optimal checkpointing.

**Heinrich Widmann**

Max-Planck-Institut Hamburg

**A prototype of a carbon cycle data assimilation system based on automatic differentiation**

We present a prototype of a Carbon Cycle Data Assimilation System (CCDAS), which is composed of a state of the art terrestrial biosphere model (BETHY) coupled to an atmospheric transport model (TM2), corresponding derivative codes and a derivative-based optimisation routine. The calibration mode solves a classical optimisation problem: First and second derivatives are used to estimate model parameters and their uncertainties from atmospheric observations and their uncertainties. In prognostic mode, we use first derivatives to map model parameters and their uncertainties onto prognostic quantities and their uncertainties. For the initial version of BETHY the corresponding derivative codes have been generated automatically from the model's Fortran-90 source code by FastOpt's automatic differentiation (AD) tool Transformation of Algorithms in Fortran (TAF). From this point on, BETHY has been developed further within CCDAS, allowing immediate update of the derivative code by TAF. This yields, at each development step, both sensitivity information and systematic comparison with observational data meaning that CCDAS is supporting model development. The data assimilation activities, in turn, benefit from using the current model version. We describe generation and performance of the various derivative codes in CCDAS, i.e. reverse scalar (adjoint), forward over reverse (Hessian) as well as forward and reverse Jacobian plus detection of the Jacobian's sparsity.



# Minisymposium 7

## Constructivity in Analysis and Topology

Leiter des Symposiums:

**P. Schuster** (München)

<b>Josef Berger</b>	From finite sets to continuous functions.
<b>Vasco Brattka</b>	Selection theorems for effectively Borel measurable functions
<b>Douglas Bridges</b>	Finite-dimensional locally convex spaces have a unique topology
<b>Peter Lietz</b>	Continuity principles in Constructive Mathematics
<b>Frank Rosemeier</b>	Formalizing Bishop-style constructive mathematics with Martin-Löf's type theory
<b>Peter M. Schuster</b>	On the scarcity of primes
<b>Helmut Schwichtenberg</b>	Witnesses in constructive analysis
<b>Thomas Streicher</b>	Relating Toposes and Set Theory via Categories of Classes

**Josef Berger**

Universität München

**From finite sets to continuous functions.**

AMS(MOS)-Klassifikation: 03F60 68R99

A continuous function on a compact interval can be considered as a sequence of functions with finite domains, equipped with a modulus of continuity. We do constructive analysis in this setup, including differential equations.

**Vasco Brattka**

FernUniversität Hagen

**Selection theorems for effectively Borel measurable functions**

AMS(MOS)-Klassifikation: 03F60,03E15

We prove an effective version of the Bhattacharya-Srivastava Selection Theorem for effectively Borel measurable functions. This Theorem allows to generalize the Kreitz-Weihrauch Representation Theorem to all finite levels of the hierarchy of effectively Borel measurable functions. Moreover, we discuss an effective version of the Kuratowski-Ryll-Nardzewski Selection Theorem which indicates that multi-valuedness is less useful in case of effectively Borel measurable functions of all higher levels.

**Douglas Bridges**

Universität München

**Finite-dimensional locally convex spaces have a unique topology**

It is proved constructively that every  $n$ -dimensional real locally convex space is homeomorphic to the  $n$ -dimensional euclidean space. The key lemma embodies a recursive algorithm bounding points away from simplices in  $n$ -space.

**Peter Lietz**

TU Darmstadt

**Continuity principles in Constructive Mathematics**

Continuity principles are statements of the form „Every function from  $X$  to  $Y$  is continuous, where  $X$  and  $Y$  range over certain classes of metric spaces“. We examine a series of three increasingly strong continuity principles and give relatively easily described separating models. In the presence of the boundedness principle  $BD-N$ , the weakest continuity principle under examination implies the strongest, which is why the described models are also countermodels for  $BD-N$ .

**Frank Rosemeier**

FernUniversität Hagen

**Formalizing Bishop-style constructive mathematics with Martin-Löf's type theory**

AMS(MOS)-Klassifikation: 03B15, 03B40, 03F65

It is considered how Bishop-style constructive mathematics can be formalized with Martin-Löf's type theory and how they can be implemented in systems like Alf, Agda/Alfa, Coq, Isabelle/Isar, Lego or Yarrow.

**Peter M. Schuster**

Universität München

**On the scarcity of primes**

AMS(MOS)-Klassifikation: 03F65,06D22,13P99,54B35

The canonical covering relation for the point-free Zariski spectrum of a commutative ring can indeed be defined without any talk of points. We show that if for every ring there still were enough points to recover the covering, then the limited principle of omniscience would hold. This is a fragment of the law of the excluded middle which would allow us to solve the halting problem for Turing machines, if only in principle. More specifically, if there were enough points for a fixed but arbitrary ring, then one could decide whether any given element of this ring is nilpotent; the limited principle of omniscience follows by the choice of an appropriate ring. Our argument notably works both for concrete and formal points: that is, for prime ideals and prime filters, respectively.

**Helmut Schwichtenberg**

Universität München

**Witnesses in constructive analysis**

Constructive analysis is developed in such a way that witnesses have as low a type level as possible. This clearly is important for the complexity of extracted programs. For example, the Cauchy-Euler construction of approximate solutions to ordinary differential equations can be seen as a type-level one process.

<b>Thomas Streicher</b>	TU Darmstadt
<b>Steve Awodey</b>	CMU
<b>Carsten Butz</b>	ITU Copenhagen
<b>Alex Simpson</b>	University of Edinburgh

**Relating Toposes and Set Theory via Categories of Classes**

AMS(MOS)-Klassifikation: 03G30

From work by Cole, Mitchell and Osius in the early 1970ies one knows that well-pointed toposes with natural numbers object (nno) are equiconsistent with bounded Zermelo set theory (bZ). The aim of our work is to go beyond a mere equiconsistency result by exhibiting a first-order set theory, bIZFA, such that every elementary topos with nno (whether well-pointed or not) appears (up to equivalence) as the category of sets associated with a model of bIZFA.

To obtain a set theory with such properties we are forced to modify ZF in three ways: (i) restrict separation to bounded formulas; (ii) use intuitionistic logic; and (iii) allow urelements/atoms.

It turns out that these are the only essential modifications we need to make to ZF, hence bIZFA: bounded Intuitionistic Zermelo-Fraenkel with Atoms. It is noteworthy that bIZFA retains the full (unbounded) collection axiom of ZF (in a strong form appropriate in the presence of bounded separation). This is made possible by the use of intuitionistic logic. (As is well known, under classical logic, collection implies full separation.)

As our main result we show that every elementary topos with nno provides a model of bIZFA.

The motivation for our work is to justify, in a mathematically precise way, the admissibility of set-theoretic figures of speech in situations where a universe of sets is not a priori available, i.e. we demonstrate “how to fake a universe”. Such a programme has been suggested and advertised by S.MacLane in various talks over the recent years, with the aim of bringing together topos logic and the practice of the working mathematician.

# Minisymposium 8

## Inverse Probleme

Leiter des Symposiums:

**V. Michel** (Kaiserslautern)

<b>Stephan Dahlke</b>	Adaptive Wavelet-Galerkin-Verfahren für inverse Probleme
<b>Stefan Henn</b>	Numerische Lösung eines Inversen Problems zur Anpassung medizinischer Bilddaten
<b>Juergen Kusche</b>	Earth's Gravitational Field from Satellite Missions – An Inverse problem
<b>Peter Maass</b>	Konvergenzraten für Adaptive Regularisierungsverfahren
<b>Thorsten Maier</b>	Bestimmung des geomagnetischen Krustenfeldes aus Satellitendaten – ein geophysikalisches inverses Problem
<b>Carsten Mayer</b>	Wavelet Modelling of Vectorial Inverse Problems with Application to Geomagnetism
<b>Volker Michel</b>	Multiscale Recovery of the Earth's Mass Density Distribution out of Different Types of Satellite Gravity Data
<b>Dominik Michel</b>	Harmonische Lösungen des Problems der Satelliten Gravimetrie
<b>Sergei Pereverzev</b>	Adaptive parameter choice in some iterative methods for nonlinear ill-posed problems
<b>Robert Plato</b>	Regularisierung von Volterra-Gleichungen mit gebrochenen Mehrschrittverfahren
<b>Roland Potthast</b>	The reconstruction of currents from their magnetic fields
<b>Jürgen Prestin</b>	Polynomiale Multiskalendarstellungen auf der Sphäre
<b>Thorsten Raasch</b>	Adaptive Wavelet-Galerkin Verfahren für Inverse Probleme
<b>Masahiro Yamamoto</b>	Inverse problem of determining Lamé coefficients and density in the isotropic non-stationary elasticity equation

**Stephan Dahlke**

Universität Kaiserslautern

**Adaptive Wavelet-Galerkin-Verfahren für inverse Probleme**

(Abstrakt lag bei Redaktionsschluss noch nicht vor)

**Stefan Henn**

Universität Düsseldorf

**Numerische Lösung eines Inversen Problems zur Anpassung medizinischer Bilddaten**

In dem Vortrag betrachten wir ein inverses Problem zur Anpassung (sog. matching, mapping oder Registrierung) digitaler Bilddaten. Ein Bedarf an Bildregistrierung entsteht beispielsweise in der medizinischen Bildverarbeitung, wenn Bilder eines Objektes

- zu unterschiedlichen Zeiten,
- von unterschiedlichen Perspektiven oder
- durch unterschiedliche bildgebende Verfahren

erzeugt werden. Hierbei sollen Verschiebungsvektoren  $(u_1, \dots, u_d)^t = u : \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}^d$  ( $d \in \{2, 3\}$ ) berechnet werden, die zwei ähnliche Bilder ineinander überführen. Wir suchen also nach einer Deformation

$$\phi : \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}^d, \quad \phi : u(x) \mapsto x - u(x)$$

die das sogenannte Template (Bild)  $T$  in das Referenzbild  $R$  überführt.

Das zugehörige inverse Problem ist im Sinne von Hadamard schlecht gestellt und liefert daher nur mit Hilfe einer Regularisierung vernünftige Lösungen. Zur Regularisierung wird beispielsweise ein aus der linearen Elastizitätstheorie bekannter Glättungsterm verwendet. Dieser misst die potentielle Energie einer elastischen Verschiebung und modelliert die im Bild dargestellten Objekte wie ein elastisches Medium.

In dem Vortrag werden verschiedene Verfahren (z.B. Landweber Iteration, Levenberg-Marquardt Iteration und Iterative Tikhonov Regularisierung) zur Berechnung gesuchten Verschiebungen vorgestellt und diskutiert. Wegen der enormen Datenmengen in den praktischen Anwendungen, die in der Medizin bei zweidimensionale Schnittbilder typischer Weise  $256 \times 256$  Bildelemente und bei dreidimensionalen Volumendatensätzen  $256 \times 256 \times 128$  Bildelemente enthalten, erfolgt die numerische Berechnung der Verschiebungsvektoren als Lösung der aus einem Variationsansatz resultierenden partiellen Differentialgleichungen durch lineare oder nichtlineare Mehrgitterverfahren.

Das Prinzip und die Stabilität der verschiedenen Lösungsansätze wird anhand synthetischer und realer Bilddaten aufgezeigt.

**Juergen Kusche**

TU Delft

**Earth's Gravitational Field from Satellite Missions – An Inverse problem**

It is known that the determination of the Earth's gravitational field from space mission data presents an ill-posed inverse problem. In the past this has frequently lead to excessive use of prior models or to doubtful stabilization techniques like 'Kaula's rule', and to the development of semi-heuristic weighting methods in the context of weighted least squares. It is often a matter of discussion how much a solution should be 'constrained' and where it should be truncated when expressed in spherical harmonics. With the new space missions CHAMP, GRACE and GOCE, it is even more desired to derive independant satellite-only models of the Earth's gravitational field. This holds for global models in terms of spherical harmonics, but also for regional models built using space-localizing base functions. Consequently, there is a need to embed the analysis of satellite data but also the interpretation and quality analysis of the corresponding solutions in a rigorous mathematical-statistical concept. Inverse problem theory and statistical regularization theory has proven to give valuable insight into the process of constraining or smoothing solutions and the interpretation of the corresponding gravity field models in terms of variance-covariance and bias matrices. The analysis of satellite data and the quality description of the gravity solutions will be discussed in the talk; including some new developments that have been integrated into the 'Delft approach' of satellite data processing. Full-scale simulations of the GOCE mission show the benefit of applying the rigorous theory. Also first results from CHAMP data analysis will be discussed. Finally some anticipated geophysical applications of the new missions, like the derivation of surface mass variations from GRACE geopotential models, will be briefly discussed.

**Peter Maass**

Universität Bremen

**Konvergenzraten für Adaptive Regularisierungsverfahren**

In diesem Vortrag werden nichtlineare Glättungsmethoden mit klassischen Rekonstruktionsverfahren gekoppelt. Diese gekoppelten Verfahren erzeugen optimale Konvergenzraten, wobei die üblicherweise notwendige Iteration zur a posteriori Bestimmung der Regularisierungsparameter entfällt. Diese Konvergenzraten können unter zusätzlichen Bedingungen auf nichtlineare Operatoren übertragen werden. Der Vortrag schließt mit Rekonstruktionsergebnissen aus Tomographie-Daten.

**Thorsten Maier**

Universität Kaiserslautern

**Bestimmung des geomagnetischen Krustenfeldes aus Satellitendaten – ein geophysikalisches inverses Problem**

AMS(MOS)-Klassifikation: 45Q05, 86A22, 86A25

Die Modellierung des erdmagnetischen Krustenfeldes aus den Daten moderner geowissenschaftlicher Satelliten ist ein exponentiell schlecht gestelltes inverses Problem. Sinnvolle Regularisierungsansätze sollten die speziellen Charakteristiken des Krustenfeldes, insbesondere seine kurzskaligen, räumlichen Variationen und regionalen Anomalien, berücksichtigen. Wir formulieren das Problem der Krustenfeldbestimmung in Form von Integralgleichungen, zu deren Lösung wir spezielle ortslokalisierende skalare und vektorielle Testfunktionen, so genannte regularisierende Skalierungsfunktionen und Wavelets, konstruieren. Hierbei ist von großem Vorteil, dass die singulären Systeme der auftretenden Integraloperatoren mittels potentialtheoretischer Methoden analytisch zugänglich sind. Das vorgestellte mathematische Verfahren wird an Daten des Satelliten CHAMP exemplarisch demonstriert.

**Carsten Mayer**

Universität Kaiserslautern

**Wavelet Modelling of Vectorial Inverse Problems with Application to Geomagnetism**

A regularization technique of inverse problems between separable Hilbert spaces of vector valued functions by a bilinear vector kernel procedure will be presented. The theory is based on the a priori knowledge of the singular system of the operator by the aid of which regularization vector scaling functions and wavelets are defined. The main application of the approach will be the reconstruction of an equivalent spherical ionospheric current system from corresponding satellite's magnetic field data. The magnetic field values and the current system are connected via the Biot-Savart operator and the corresponding singular system is determined. In this context a special system of vector spherical harmonics plays an essential role. The advantages of this system of vector spherical harmonics will be emphasized in the presentation. The applicability and efficiency of the multiresolution technique, especially the possibility of space localizing reconstructions, will be illustrated with CHAMP magnetic field data.

**Volker Michel**

Universität Kaiserslautern

**Multiscale Recovery of the Earth's Mass Density Distribution out of Different Types of Satellite Gravity Data**

AMS(MOS)-Klassifikation: 31B20, 65R30, 65T60, 86A20.

The reconstruction of the Earth's mass density distribution out of satellite data of the gravitational field can mathematically be formulated as a Fredholm integral equation of first kind given by the inversion of Newton's gravitational potential

$$\int_{\text{Earth}} \frac{\rho(x)}{|y-x|} dx = V,$$

where in case of satellite data the gradient of  $V$  or its Hesse matrix are obtainable. This problem is ill-posed for three reasons: First, perturbed right hand sides  $V$  can destroy solvability. Second, only the harmonic part of  $\rho$  can uniquely be recovered, whereas the infinite-dimensional orthogonal part is the null space of the Fredholm operator. Third,  $\rho$  does not continuously depend on  $V$ . In case of satellite data, the singular values of the corresponding inverse operator exponentially diverge.

In the talk a generalized wavelet based regularization technique is presented which, in particular, allows the treatment of all relevant types of gravity data. In this approach discretized spherical convolutions

$$\rho_J(x) = \int_{\text{Orbit}} V(y) \Phi_J(y, x) dx \approx \sum_{j=1}^{N_J} w_j^{(J)} V(y_k) \Phi_J(y_k, x)$$

are calculated, where  $\rho_J$  continuously depends on  $V$ , can be calculated for all  $V \in L^2(\text{Orbit})$ , and converges to the harmonic density of the Earth as  $J \rightarrow \infty$ . Here  $\Phi_J$  is a scaling function constructed for this special purpose. Finally, numerical results based on simulated data for the planned satellite mission GOCE (launch: 2005) are presented.

**Dominik Michel**

Universität Kaiserslautern

**Harmonische Lösungen des Problems der Satelliten Gravimetrie**

Aktuelle Satellitenmissionen versorgen uns mit immensen Datenmengen, deren Auswertung u.a. globale Gravitationsfeldmodelle liefern sollen. Nun ist es aber dazu erforderlich, Gleichungssysteme zu lösen, deren Größenbeschränkung von der verwendeten Rechnerstruktur abhängt. Aus diesem Grund werden Verfahren zur Beschleunigung bestehender Methoden gesucht.

Grundvoraussetzung für die Anwendbarkeit von schnellen Multipolmethoden (FMM) ist die Existenz einer Reihenentwicklung über einen Kern. Um nun diese Entwicklung rasch an einem Punkt  $x$  auszuwerten, approximiert man den Teil, bei dessen Summanden die

Knotenpunkte  $y_i$  zu weit von  $x$  entfernt sind. Diese Aufspaltung in ein Nahfeld und ein Fernfeld ermöglicht uns durch Approximation des betragsmäßig kleineren Fernfeldanteils eine wesentlich schnellere Auswertung der Reihe. Aufgrund des allgemeinen Ansatzes sind Anwendungsgebiete für schnelle Multipolmethoden vielfältig und zahlreich.

Eine Anwendungsgebiet ist die Berechnung von harmonischen Splines, bzw. die Lösung der dabei auftretenden Linearen Gleichungssysteme. Insbesondere lässt sich mit harmonischen Splines das inverse Randwertproblem der Satelliten-Gradiometrie lösen. Dank schneller Multipolmethoden ist es nun möglich, ein Splinesystem mit mehr als 40000 Stützstellen aufzustellen, was dann natürlich eine wesentlich effizientere Datenauswertung der Satellitenmissionen ermöglichen würde.

**Sergei Pereverzev**

Austrian Academy of Science

**Adaptive parameter choice in some iterative methods for nonlinear ill-posed problems**

In iterative methods, that have recently been proposed in the literature for solving nonlinear ill-posed problems, the number of iterations plays the role of the regularization parameter usually. At the same time, in the paper by Tikhonov and Glasko (1965), where the regularization of nonlinear problems was considered for the first time, another approach has been suggested. It consists in determining an approximate solution from regularized (well-posed) nonlinear problem, and iterative methods are applied to it for any given value of regularization parameter. In the forthcoming talk a new a posteriori parameter choice strategy for such a regularization scheme will be proposed, and order optimal convergence rate results for it will be proved.

**Robert Plato**

TU Berlin

**Regularisierung von Volterra-Gleichungen mit gebrochenen Mehrschrittverfahren**

(Abstrakt lag bei Redaktionsschluss noch nicht vor)

**Roland Potthast**

Universität Göttingen

**The reconstruction of currents from their magnetic fields**

AMS(MOS)-Klassifikation: 35R30

We consider the reconstruction of electric currents from their magnetic fields, which are described by the Biot-Savart law. The reconstruction of the current density from measurements on some outer surface is investigated. The null-space of the corresponding Biot-Savart operator is described. Then, for the reconstruction of the currents we employ

- a) a modified Tikhonov regularization,
- b) a divergence free Tikhonov regularization and
- c) a divergence free Tikhonov regularization with directional constraints.

The results can be applied to important problems in geophysics, brain diagnosis and for the monitoring of fuel cells. We show real 3d data reconstructions which have been obtained in cooperation with a start-up company from Wolfsburg, Germany, developing novel diagnosis tools for the development and maintenance of fuel cells.

**Jürgen Prestin**

Universität zu Lübeck

**Polynomiale Multiskalendarstellungen auf der Sphäre**

AMS(MOS)-Klassifikation: 41A10, 42C15, 65D05

In vielen Anwendungen spielt die effiziente Darstellung von Funktionen auf der Sphäre durch Linearkombinationen von Kugelfunktionen eine große Rolle. Von besonderer Bedeutung sind dabei Interpolationsverfahren, die man entweder aufgrund der großen Datenmengen oder aufgrund lokal-adaptiver Weiterverarbeitung in verschiedene Skalenanteile zerlegt. Es zeigt sich dabei eine Unschärfe zwischen Stabilität und Lokalität, die in diesem Vortrag genauer untersucht werden soll. Zur Stabilität trägt ein Oversampling in einem Frame-Konzept bei; die Lokalität wird mit Hilfe eines Orts-Frequenz-Unschärfeproduktes gemessen.

Spezifische Anwendungen stammen aus der Texturanalyse von Kristallen, wo experimentell unvollständig gemessene Polfiguren hochauflösend verarbeitet werden müssen. Besonderer Wert wird gelegt auf eine lokale Verfeinerung der geometrischen Konfiguration der Messpunkte auf der Polkugel bei Beachtung der Kristallgeometrie.

**Thorsten Raasch** Universität Marburg

**Stephan Dahlke** Universität Marburg

**Peter Maass** Universität Bremen

**Adaptive Wavelet-Galerkin Verfahren für Inverse Probleme**

In diesem Vortrag sollen erste Ansätze zur Behandlung bestimmter inverser Probleme mittels adaptiver Wavelet-Verfahren diskutiert werden. Als Regularisierungsverfahren wird der klassische Tikhonov-Phillips-Ansatz zu Grunde gelegt, so daß sich ein zweistufiges Verfahren ergibt. In der äußeren Iteration wird adaptiv der Regularisierungsparameter bestimmt. Die innere Iteration kann in der Normalform als beschränkt invertierbare Operatorgleichung interpretiert werden, die äußerst effizient mittels stabiler Multiskalenbasen behandelt werden kann. Als eine der Hauptanwendungen wollen wir die inverse Wärmeleitungsgleichung diskutieren. Deren adaptive Behandlung setzt natürlich einen stabilen und effizienten Löser für das entsprechende Vorwärtsproblem voraus. Hierbei kann auf neueste Ergebnisse zur Behandlung parabolischer Probleme mittels adaptiver Wavelet-Verfahren zurückgegriffen werden.

**Masahiro Yamamoto**

University of Tokyo

**Inverse problem of determining Lamé coefficients and density in the isotropic non-stationary elasticity equation**

We will consider the isotropic non-stationary elasticity equation in a bounded domain where the density and two Lamé coefficients depend on the spatial variables. Then we consider inverse problems of determining such three coefficients by measurements of displacement in a subdomain near a suitable subboundary over a time interval. On the assumptions that one couple of initial displacement and velocity satisfies some non-degeneracy condition (explicitly written) and the observation time is sufficiently long, we can prove the stability of Hölder type as well as the uniqueness. The main methodology is a Carleman estimate in Sobolev spaces of the negative order.

# Minisymposium 9

## Gesetze der kleinen Zahlen: Extrema und seltene Ereignisse

Leiter des Symposiums:

**M. Falk** (Würzburg)

<b>Erhard Cramer</b>	Grenzwertsätze für verallgemeinerte Ordnungsstatistiken
<b>Holger Drees</b>	Über eine allgemeine Klasse von Quantilsschätzern
<b>Jörg Hüsler</b>	Extreme shock models with applications
<b>Edgar Kaufmann</b>	Über Approximationsraten für Punktprozesse von Exzedenten
<b>Alexander Lindner</b>	Extremal behaviour of moving average processes with light tailed innovations
<b>Volker Mammitzsch</b>	Asymptotisch optimale Randkerne
<b>Frank Marohn</b>	Über Ordnungsstatistiken und verallgemeinerte Ordnungsstatistiken
<b>Angelika May</b>	Komplexe Abhängigkeiten zwischen Großschäden
<b>Rene Michel</b>	Testing for Tail Independence in Extreme Value Models
<b>Magdalena Mojsiewicz</b>	Quality of kernel estimation of heavy tailed distributions
<b>Rolf-Dieter Reiss</b>	Eine Spektraldarstellung für multivariante Extremwertverteilung
<b>Bero Roos</b>	Kerstan's method for compound Poisson approximation
<b>Daniel Rost</b>	Estimating the Extreme Value Index
<b>Hanspeter Schmidli</b>	Modelling PCS options via individual indices
<b>Rafael Schmidt</b>	Dependencies of Extreme Events in Finance
<b>Michael Thomas</b>	Computational Tools for Extreme Value Analysis

**Erhard Cramer**

Universität Oldenburg

**Grenzwertsätze für verallgemeinerte Ordnungsstatistiken**

AMS(MOS)-Klassifikation: 60F05, 62G30

Ein Vielzahl von Modellen geordneter Zufallsgrößen ist im Modell verallgemeinerter Ordnungsstatistiken verteilungstheoretisch enthalten (z.B. gewöhnliche Ordnungsstatistiken, Rekorde, progressiv Typ II zensierte Ordnungsstatistiken). Daher können alle auf Verteilungseigenschaften basierenden, für verallgemeinerte Ordnungsstatistiken gültigen Resultate direkt auf die Teilmodelle übertragen werden.

In diesem Vortrag werden Grenzwertsätze für verallgemeinerte Ordnungsstatistiken vorgestellt. Die Grenzverteilungen werden hinsichtlich der Parameter der zugrundeliegenden verallgemeinerten Ordnungsstatistiken klassifiziert. Durch spezielle Wahl der Parameterwerte resultieren bekannte Grenzwertsätze für Teilmodelle (z.B. Ordnungsstatistiken, Rekorde).

**Holger Drees**

Universität des Saarlandes

**Über eine allgemeine Klasse von Quantilsschätzern**

AMS(MOS)-Klassifikation: 62G32

Gegeben sei eine stationäre univariate Zeitreihe, deren Verteilungsfunktion im Anziehungsbereich einer Extremwertverteilung liegt. In dem Vortrag wird eine allgemeine Klasse von Schätzern für extreme Quantile vorgestellt, die äquivariant unter affinen Transformationen der Daten sind und sowohl im Fall eines positiven als auch eines negativen Extremwertindex verwendet werden können. Unter geeigneten Regularitäts- und Mischungsbedingungen an die Zeitreihe wird die asymptotische Normalität der Schätzer nachgewiesen. Ausgehend von diesem asymptotischen Resultat lassen sich dann Konfidenzintervalle für die extremen Quantile herleiten.

**Jörg Hüsler**

University of Berne

**Extreme shock models with applications**

AMS(MOS)-Klassifikation: 60J15, 60G40

In shock models usually it is assumed that the failure (of the system) is related either to the cumulative effect of a (large) number of shocks or that failure is caused by an extreme shock which is larger than a certain critical level. We are presenting mostly work on the second type but with variation of the scheme. We consider that a shock of a certain size can only partly harm the system which changes the critical load of the system each time such large non-fatal shock occurs. For the cumulative model we deal with the case that the system can 'recover' of most of the shocks after a certain time. We discuss also aspects related to an application of such a model.

**Edgar Kaufmann** Universität Siegen

**Rolf-Dieter Reiss** Universität Siegen

**Über Approximationsraten für Punktprozesse von Exzedenten**

Liegt eine Verteilung im Anziehungsbereich einer Extremwertverteilung  $G_\gamma$ , dann kann der zugehörige Punktprozess der Exzedenten über einer hohen Schranke durch einen Binomialprozess zu einer verallgemeinerten Pareto-Verteilung  $W_\gamma$  approximiert werden. Im Vortrag wird eine obere Schranke für diese Approximation im Hellinger-Abstand vorgestellt. Weiterhin werden Bedingungen entwickelt, unter denen die Approximationsrate durch die Wahl einer Folge von "penultimate" Binomialprozessen zu verallgemeinerten Pareto-Verteilungen  $W_{\gamma_n}$  verbessert werden kann, wobei  $\gamma_n \rightarrow \gamma$ . Schließlich werden die Resultate hinsichtlich ihrer Bedeutung für die Schätzung der maximalen Lebensspanne diskutiert.

**Alexander Lindner** TU München

**Claudia Klüppelberg** TU München

**Extremal behaviour of moving average processes with light tailed innovations**

AMS(MOS)-Klassifikation: 60G70

We consider infinite moving average processes of the form

$$X_n = \sum_{i=-\infty}^{\infty} c_i Z_{n-i}, \quad n \in \mathbb{Z},$$

where  $(Z_i)_{i \in \mathbb{Z}}$  is a sequence of iid random variables with "light tails" and  $(c_i)_{i \in \mathbb{Z}}$  is a sequence of positive, suitably decreasing constants. By light tails we mean that  $Z_0$  has a bounded density  $f$  satisfying the asymptotic

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{f(t)}{\gamma(t) \exp(-\psi(t))} = 1,$$

where  $\gamma(t)$  behaves roughly like a constant as  $t \rightarrow \infty$  and  $\psi$  is a strictly convex  $C^2$  function such that  $\psi'(t) \rightarrow \infty$  as  $t \rightarrow \infty$  and such that  $1/\sqrt{\psi''(t)}$  is self-neglecting. (The latter is an asymptotic variation condition). It is shown that the iid sequence associated with  $X_0$  is in the maximum domain of attraction of the Gumbel distribution. Under further regular variation conditions on  $\psi$ , it is shown that the stationary sequence  $(X_n)_{n \in \mathbb{N}}$  has the same extremal behaviour as its associated iid sequence. This generalizes results of Rootzén (1986, 1987) on moving average processes where  $Z_0$  has a density behaving asymptotically like  $\exp(-x^p)$ ,  $p > 1$ .

**Volker Mammitzsch**

Universität Marburg

**Asymptotisch optimale Randkerne**

AMS(MOS)-Klassifikation: 62G20

(Abstrakt lag bei Redaktionsschluss noch nicht vor)

**Frank Marohn**

Universität Würzburg

**Über Ordnungsstatistiken und verallgemeinerte Ordnungsstatistiken**

AMS(MOS)-Klassifikation: 60G70

Modelle geordneter Zufallsgrößen (Ordnungsstatistiken, Rekorde, progressives Zensieren, etc.) lassen sich mittels des Konzeptes von verallgemeinerten Ordnungsstatistiken vereinheitlichen (Kamps (1995)). Verschiedene Resultate, die für (gewöhnliche) Ordnungsstatistiken gelten, lassen sich auf den allgemeinen Fall übertragen. So hat man z. B. unter von-Mises-Bedingungen die Verteilungskonvergenz im Variationsabstand, die asymptotische Normalität des Hill-Schätzers, Exponentialschranken für Über-/Unterschreitungen.

**Angelika May**

Forschungszentrum caesar, Bonn

**Komplexe Abhängigkeiten zwischen Großschäden**

Für die Betrachtung von sehr großen Schäden sind der *tail* der Verteilung und seine möglichst präzise statistische Behandlung von zentraler Bedeutung. In der Realität sind die verursachenden Risiken nicht unabhängig; die Unabhängigkeitsannahme führte zu einer Unterschätzung der gemeinsamen Überschreitungswahrscheinlichkeit (der Schäden) und ist daher nicht vertretbar. Notwendig ist vielmehr die *multivariate* Modellierung *abhängiger* Risiken, für die weder eine Normalverteilungsannahme noch die Betrachtung der Korrelation hinreichen. Eine Möglichkeit besteht in der Verwendung des Copula-Konzepts, das eine getrennte Behandlung der Marginalen und der Abhängigkeitsstruktur erlaubt. Unser Interesse gilt speziell parametrischen Familien in der Klasse der archimedischen Copulas, die den empirischen Tatbestand asymmetrischen Verhaltens, auch in den *tails* der Verteilung abdecken. Durch geeignete Transformation der Frank Copula kann ein neues Modell angegeben werden, das statistisch handhabbar ist und die Modellierung asymmetrischer *tail* Abhängigkeiten erlaubt. Diese Aussage wird mit empirischen bivariaten Beispielen untermauert.

**Rene Michel**

Universität Würzburg

**Testing for Tail Independence in Extreme Value Models**

AMS(MOS)-Klassifikation: 62G32, 62H10

Let  $(X, Y)$  be a random vector which follows in its upper tail a bivariate extreme value distribution with reverse exponential margins. The conditional distribution function (df) of  $X + Y$ , given that  $X + Y > c$ , converges to the df  $F(t) = t^2$ ,  $t \in [0, 1]$ , as  $c \uparrow 0$  if and only if  $X$  and  $Y$  are tail independent. Otherwise the limit df is  $F(t) = t$ ,  $t \in [0, 1]$ .

This result is utilized to test for tail independence of  $X$  and  $Y$  via a suitable version of Fisher's  $\kappa$ -test, the Kolmogorov-Smirnov test and the chi-square goodness-of-fit test, applied to a sample of independent copies of  $(X, Y)$ . Simulations show that each test controls the type I error rate, but concerning the type II error rate, Fisher's  $\kappa$  fails. These considerations can be extended to extreme value distributions in arbitrary dimensions as well as to distributions which are in the spectral neighborhood of an extreme value distribution.

**Magdalena Mojsiewicz**

Universität Szczecin

**Quality of kernel estimation of heavy tailed distributions**

In this paper we examine the classical kernel estimators for the nonparametric estimation of density functions. In the most cases in economics modeling the variables have asymmetric pdf. For this data we need some special kernel function. We propose two kernel estimators with the weight on the upper (down) quantiles.

**Rolf-Dieter Reiss**

Universität Siegen

**Eine Spektraldarstellung für multivariante Extremwertverteilung**

Im univariaten Fall bilden Grenzverteilungen von Maxima bzw. von Exzedenten über hohen Schranken die parametrischen Familien der Extremwert- bzw. der verallgemeinerten Paretoverteilungen. Im multivariaten Fall werden die Grenzverteilungen durch die nichtparametrische Klasse der Pickands-Abhängigkeitsfunktionen charakterisiert. Ausgehend von dieser Darstellung wird eine Zerlegung der multivariaten Verteilungen in univariate Verteilungen (Spektraldarstellung) vorgeschlagen. Mit dieser Zerlegung gelingt es, Bedingungen und Resultate im multivariaten Fall auf entsprechende Aussagen im univariaten Fall zurückzuführen.

**Bero Roos**

Universität Hamburg

**Kerstan's method for compound Poisson approximation**

AMS(MOS)-Klassifikation: 62E17, 60F05, 60G50

We consider the approximation of the distribution of the sum of independent but not necessarily identically distributed random variables by a compound Poisson distribution and also by a finite signed measure of higher accuracy. Using Kerstan's method, some new bounds for the total variation distance are presented. Recently, several authors had difficulties applying Stein's method to the problem given. For instance, Barbour, Chen, and Loh (1992) used this method in the case of random variables on the non-negative integers. Under additional assumptions, they obtained some bounds for the total variation distance containing an undesirable log-term. It turns out that Kerstan's approach works without such restrictions and yields bounds without log-terms. This talk is based on Roos (2002).

**Daniel Rost**

Universität München

**Estimating the Extreme Value Index**

We discuss several methods for estimating the extreme value parameter  $\xi$  in extreme value theory and focus on the question of the "optimal" number of upper order statistics involved in the estimation of  $\xi$  and on the effect a shift in the distribution has in this estimation problem. Diagrams based on a simulation study are presented and we end up with applying the methods to some real data sets from insurance business.

**Hanspeter Schmidli**

University of Copenhagen

**Modelling PCS options via individual indices**

AMS(MOS)-Klassifikation: 91B24

Extremal events (catastrophes) are a threat for the insurance industry. Such an event could ruin the whole insurance world. The financial markets on the other hand could easily bear the catastrophic risk. Therefore reinsurance companies develop products for the financial market designed to work similar as a classical reinsurance contract. One of the products traded on the market are PCS options, a spread on the PCS index. This index is an estimate of the insurance loss due to catastrophes covered by the index. A model for the PCS index is introduced and it is shown how to price a PCS option. It is discussed how to approximate the option prices.

**Rafael Schmidt**

Universität Ulm

**Dependencies of Extreme Events in Finance**

The theory of copulae investigates the dependence structure of multivariate distributions. This talk proposes the concept of tail copulae to describe the dependence structure in the tail of a multivariate distribution. Tail copulae represent a generalization of the well-known concept of tail dependence and are closely related to the copulae of extreme value distributions. Multivariate tail-dependent distributions are of practical interest in many financial and actuarial applications as they are able to incorporate dependencies of extremal asset losses or default events.

Various parametric and nonparametric estimators for the tail copula and the so-called tail-dependence coefficient are investigated and compared. For the nonparametric estimators weak convergence, asymptotic normality, and strong consistency are shown by means of functional Delta methods. Further, a general limit theorem for upper-order rank statistics is presented.

**Michael Thomas** Universität Siegen**Rolf-Dieter Reiss** Universität Siegen**Computational Tools for Extreme Value Analysis**

The statistical software Xtremes provides various tools for analyzing data and fitting extreme value and generalized Pareto distributions. A visual check of parametric results by means of non-parametric visualization procedures (e.g., kernel densities or empirical mean excess functions) is well supported.

An overview of the statistical models that are implemented within Xtremes is given, and the applicability of the system is demonstrated.



# Tag der Schülerförderung

## Vortragsprogramm zum Tag der Schülerförderung

Donnerstag, 18. September 2003

**E. Bartsch (Güstrow)**

Formen der Förderung mathematisch interessierter Schüler im Kreis Güstrow

**K. Engel (Rostock)**

Ein Projekt in Mecklenburg-Vorpommern: Kreativität und Beharrlichkeit – Zauberworte für die Mathematik

**H. Gallert (Greifswald)**

Das Humboldt-Gymnasium Greifswald, Ort zur Förderung mathematisch interessierter Schüler und Ausrichter mathematischer Schülerwettstreite

**K. Henning (Hamburg)**

(Vortragstitel lag bei Redaktionsschluss noch nicht vor)

**J. Kramer (Berlin)**

Das Berliner Netzwerk mathematisch-naturwissenschaftlich profilierter Gymnasien

**A. und M. Lewintan (Essen)**

Fernschule für Mathematik in Nordrhein-Westfalen

**F. Mehlhaff (Rostock)**

Mathematik im Jugendwettbewerb

**V. Mandler (Rostock)**

Förderung mathematisch interessierter Schüler am „Gymnasium Große Stadtschule“ in Rostock

**A. Sachs und I. Jagnow (Schwerin)**

Bestenförderung Mathematik am Goethe-Gymnasium Schwerin

**K. Schöbel (Jena)**

Mathematisches Training, Forschung und Publikationen mit Schülern

**H. Schwarz (Rostock)**

Mathematische Schülerwettbewerbe in Mecklenburg-Vorpommern

**C. Sikora (Bergen)**

Methoden der Bestenförderung am Ernst-Moritz-Arndt-Gymnasium Bergen

**G. Törner (Duisburg)**

Die Mathematik-Schnittstelle „Schule – Hochschule“ – Konzepte, Erfahrungen, Visionen

**G. Walther (Kiel)**

Qualitätssteigerung der mathematischen Tätigkeit von Schülern – das MATHEMA Projekt

**Ernst Bartsch**

Güstrow

**Formen der Förderung mathematisch interessierter Schüler im Kreis Güstrow**

Seit ca. 40 Jahren werden mathematisch interessierte Schüler auf Kreisebene im Kreisklub *Junge Mathematiker* gefördert. Es betrifft Schüler der Klassen 5-10, die in 10 Veranstaltungen jährlich durch 6 Fachlehrer unterrichtet werden.

Die leistungsstärksten Schüler beteiligen sich am Korrespondenzzirkel. Jeweils 4-5 Aufgaben in 9 Serien werden durch die Schüler gelöst. Alle Schüler erhalten die korrigierten Aufgaben mit Lösungen bzw. Lösungsansätzen zurück.

Vor der Wende fanden jährlich Ferienlager Junger Mathematiker statt, eine Einrichtung, die wiederbelebt werden sollte.

Im März eines jeden Jahres finden seit über 20 Jahren Kreisolympiaden für Schüler der 4. Klassen statt. Seit 2 Jahren ist unser Landrat, Herr Lutz da Cunha, Schirmherr dieser Olympiade. Jeweils 3 Schüler einer Grundschule unseres Kreises können teilnehmen.

Ca. 60 Mädchen und Jungen kämpfen um den Pokal des Landrates. Die besten Mannschaften und die Erstplatzierten in der Einzelwertung werden ausgezeichnet. Die besten Viertklässler werden dann zu Schnupperkursen bei Veranstaltungen des Kreisklubs mit ihren Eltern eingeladen. Bisher war das Echo in den Grundschulen hervorragend.

Ich wünsche und hoffe, dass nach meinem Ausscheiden aus dem Schuldienst diese und andere gegenwarts- und zukunftssträchtigen Formen der Förderung unserer mathematischen Talente auf Kreisebene erhalten bleiben. Allerdings bedarf das dann einer wohlwollenden Unterstützung der Kollegen, die sich dieser Aufgabe stellen, durch das Staatliche Schulamt Rostock.

**Konrad Engel**

Rostock

**Ein Projekt in Mecklenburg-Vorpommern: Kreativität und Beharrlichkeit - Zauberworte für die Mathematik**

In unserem Vortrag berichten wir über ein seit zweieinhalb Jahren durchgeführtes Projekt zur Förderung mathematisch interessierter Schülerinnen und Schüler in Mecklenburg-Vorpommern ab Jahrgangsstufe 9, das von der VolkswagenStiftung unterstützt wird. Neben einer kurzen Erläuterung der Kernpunkte sollen vor allem Inhalte, Erfahrungen und Ergebnisse im Vordergrund stehen. Wir verfolgen die Entwicklung einzelner Schülerinnen und Schüler und zeigen die positiven Auswirkungen einer aktiven Teilnahme am Projekt. Die Ergebnisse einer Umfrage unter den Teilnehmern von Intensivkursen zeigen die hohe Akzeptanz aber auch Entwicklungsmöglichkeiten. Wir untersuchen, welche Regionen in Mecklenburg-Vorpommern unter den leistungsorientiert ausgewählten Schülerinnen und Schülern besonders stark vertreten sind.

Allgemeine Überlegungen zur Zukunft der Schülerförderung sollen den Vortrag komplettieren. Wir listen Maßnahmen auf, die unserer Meinung nach notwendig sind, um nachhaltig ein Spitzenniveau zu etablieren. Dies soll als deutliche Aufforderung an die Politik verstanden werden.

Weitere Informationen unter <http://www.math.uni-rostock.de/mathe-in-mcpomm>

**Heiko Gallert**

Greifswald

**Das Humboldt-Gymnasium Greifswald, Ort zur Förderung mathematisch interessierter Schüler und Ausrichter mathematischer Schülerwettstreite**

1. Förderung mathematisch interessierter Schüler
  - Die Mathematik-Klassen (M-Klassen)
  - Bildung der M-Klassen
  - Arbeit in den M-Klassen - Arbeitsgemeinschaften
  - besondere Projekte
2. Mathematische Schülerwettstreite - Stadt- und Landesmathematikolympiade am AvHG
  - Organisation und Durchführung der Olympiaden unter besonderer Berücksichtigung der Arbeit mit den Sponsoren

**Klaus Henning**  
Hamburg

**Jürg Kramer**  
Berlin

**Das Berliner Netzwerk mathematisch-naturwissenschaftlich profilierter  
Gymnasien**

Das Berliner Netzwerk mathematisch-naturwissenschaftlich profilierter Gymnasien nimmt eine zentrale Stelle in den Förderaktivitäten des Instituts für Mathematik der Humboldt-Universität zu Berlin an der Schnittstelle zwischen Schule und Hochschule ein.

Das Netzwerk wurde am 05.09.2001 mit der Unterzeichnung einer Zielvereinbarung zwischen dem Institut für Mathematik der Humboldt-Universität zu Berlin und der Senatsverwaltung für Bildung, Jugend und Sport offiziell gegründet.

Der Grundstein wurde schon 1997 mit der Einrichtung mathematischer Spezialklassen an der Andreas-Oberschule gelegt, in denen der Mathematikunterricht ab der 11. Jahrgangsstufe von Hochschullehrern des Instituts und Mathematiklehrern gemeinsam erteilt wird. Das langfristige Ziel ist ein stadtweites Netzwerk von Berliner Gymnasien mit bestehendem oder aufzubauendem mathematisch-naturwissenschaftlichem Profil und den mathematisch-naturwissenschaftlichen Instituten der Humboldt-Universität am Wissenschaftsstandort Adlershof.

Im Vortrag werden die Akteure und die Aktivitäten des Berliner Netzwerks sowie seine organisatorischen und finanziellen Grundlagen vorgestellt.

Seit 2002 ist das Netzwerk an das DFG-Forschungszentrum „Mathematik für Schlüsseltechnologien“ angebunden und genießt so auch eine Förderung durch die DFG.

**Alexander und Michael Lewintan**

Essen

**Fernschule für Mathematik in Nordrhein-Westfalen**

Die Fernschule für Mathematik wurde mit Unterstützung des Landesverbandes Mathematikwettbewerbe Nordrhein-Westfalen e.V. organisiert. Die so genannten *Mathematischen Briefe* richten sich an Schülerinnen und Schüler der Klassenstufen 4 bis 12/13. In Mathe-Briefen werden Aufgaben aus der elementaren Mathematik behandelt. Jeder Brief ist einem Thema gewidmet (Beispielthemen: magische und lateinische Quadrate“, „geometrische Örter von Punkten“, lineare diophantische Gleichungen“). Er besteht aus 5 Aufgaben mit ausführlichen Lösungen und 5 Aufgaben zum selbstständigen Lösen. Man hat drei bis vier Wochen Zeit, die Aufgaben zu bearbeiten. Dann können die Lösungen zur Korrektur geschickt werden. Die korrigierten Lösungen erhält die Schülerin oder der Schüler mit den Lösungsvorschlägen und dem neuen Mathe-Brief zurück. In jedem Halbjahr erscheinen fünf Briefe.

**Frank Mehlhaff**

Rostock

**Mathematik im Jugendwettbewerb**

Den Landeswettbewerb „Jugend forscht“ gibt es in Mecklenburg - Vorpommern seit 1990. Er stellt eine Vorstufe für den gleichnamigen Bundeswettbewerb dar und hat die Förderung von mathematisch-naturwissenschaftlich interessierten Jugendlichen als Hauptziel.

Die Anzahl der Teilnehmer aus dem Großraum Rostock ist gut, landesweit aber noch zu niedrig. Eines der 7 Fachgebiete des Wettbewerbs ist der Bereich Mathematik/Informatik, wobei rein mathematische Arbeiten stark unterrepräsentiert sind.

Entscheidend für die Auseinandersetzung von Jugendlichen mit mathematischen Problemen ist einerseits die Fähigkeit des Lehrers seine Schüler für mathematische Inhalte zu begeistern und andererseits die Möglichkeit der Schule differenzierend zu unterrichten sowie mathematische Begabungen zu erkennen und zu fördern.

In besonderem Maße begünstigt die Zusammenarbeit von Jugendlichen mit weiterführenden Bildungseinrichtungen die Qualität der „Jugend forscht“ - Arbeiten. Die Universität Rostock kann hier besondere Erfolge vorweisen.

**Viola Mendler**

Rostock

**Förderung mathematisch interessierter Schüler am „Gymnasium Große Stadtschule“ in Rostock**

- Förderung im außerunterrichtlichem Bereich
- Wettbewerbe
- Probleme und Erfahrungen bei der Einrichtung von Spezialklassen für den Bereich Mathematik und Naturwissenschaften ab Klasse 7.

**Almut Sachs und Ingrid Jagnow**

Schwerin

**Bestenförderung Mathematik am Goethe-Gymnasium Schwerin**

Bestenförderung, eingebunden in die Unterrichtsplanung

- Regelmäßige Förderung setzt in Klasse 5 und 6 ein, Vorbereitung insbesondere auf Olympiaden, Nutzung von Förderstunden lt. Stundentafel war bisher möglich
- Kontinuierliche Fortführung Klasse 7 und höher ist problematisch, da keine Lehrerstunden zur Verfügung stehen
- Im letzten Schuljahr erstmals gezielte Förderung während der Projektwochen, Erfahrungen hierzu von Schüler- sowie Lehrerseite sehr positiv
- Versuch eines Korrespondenzzirkels außerhalb der Stundentafel an der Schule für die Schüler der Klassenstufen 9 und 10 scheiterte.

Durchführung von mehrtägigen Mathelagern

- zweitägigen Mathelager für ausgewählte Schüler der Klassenstufen 5 und 6
- Bewährt hat sich die Durchführung (inzwischen schon das 10. Jahr) eines dreitägigen Mathelagers gemeinsam von mehreren Schweriner Gymnasien in Vorbereitung auf die 2. Runde der Matheolympiade in Zusammenarbeit mit der Uni Rostock bzw. der Hochschule Wismar.
- dient sowohl der Beschäftigung mit Olympiadeaufgaben, als auch der Vermittlung von Wissen, das über den Stoff des Mathematikunterrichtes hinausgeht.

**Konrad Schöbel**

Jena

**Mathematisches Training, Forschung und Publikationen mit Schülern**

Der WURZEL-Verein zur Förderung der Mathematik an Schulen und Universitäten e.V. wird mit nunmehr über 35jähriger Tradition von einer Handvoll Jenaer Studenten in ehrenamtlicher Tätigkeit geführt. Unser erklärtes Ziel ist es, durch verschiedene Projekte mathematisch interessierte Jugendliche zu fördern und dazu beizutragen, Vorurteile in der Gesellschaft abzubauen. Wir wollen zeigen, dass die Mathematik eine faszinierende Welt ist, die mit ihren zahlreichen Teilgebieten weit über das hinausgeht, was der schulische Horizont vermuten lässt.

Dazu geben wir zum einen die (leider) einzige noch verbliebene mathematische Schülerzeitung in Deutschland mit dem Namen "Die WURZEL" heraus, die mittlerweile von Mathematikinteressierten aller Altersklassen auch über die Landesgrenzen hinweg gelesen wird. Sie erscheint monatlich zu einem Preis von 80 Cent und bietet neben einer Aufgabenseite, Buchbesprechungen sowie der "Werkstatt Mathematik" vor allem vielfältige mathematische Artikel unterschiedlicher Schwierigkeitsgrade.

Zum anderen veranstalten wir jährlich zwei einwöchige Tagungen der Schülerakademie Mathematik für etwa 30 Schüler ab Klasse 7 in einem Schullandheim. Dort halten wir jeden Vormittag zwei Doppelstunden Unterricht in vier Altersstufen über jeweils drei Themen. Die verbleibende Zeit wird mit Sport, Musizieren, Wandern, Tanzen, Jonglieren und so manch anderem mathematischen und nichtmathematischen Spiel verbracht. Außerdem gibt es einen Gastvortrag sowie eine Lagerolympiade.

Desweiteren wurde vor etwa zwei Jahren zusätzlich unser neues Projekt "SSchaU- Schüler an der Uni" aus der Taufe gehoben, in dessen Rahmen Seminarfacharbeiten im Fach Mathematik durch Universitätsdozenten in wöchentlichen Tutorien betreut werden.

Im Vortrag sollen diese drei Projekte der Nachwuchsförderung Mathematik und natürlich der WURZEL-Verein selbst näher vorgestellt werden. Es werden auch die Schwierigkeiten und Unsicherheiten der ehrenamtlichen Vereinsarbeit auf diesem Gebiet während der heutigen Zeit angesprochen: Trotz langjähriger Erfolge, belegt durch den regen Zuspruch unserer Leserschaft sowie der Teilnehmer an unserer Schülerakademie, und trotz der Ergebnisse der PISA-Studie bleibt uns eine notwendige dauerhafte Unterstützung verwehrt; Politik und Wirtschaft verschließen die Augen und die Zukunft des Vereins ist nach wie vor ungeklärt.

Weitere Informationen unter <http://www.wurzel.org/>

**Helmut Schwarz**

Rostock

**Mathematische Schülerwettbewerbe in Mecklenburg-Vorpommern**

Historisch gewachsen sind die mathematischen Schülerwettbewerbe „Mathematikolympiade“ und „Pokal des Rektors der Universität Rostock bzw. Greifswald“ nicht mehr aus dem Schulalltag unseres Landes wegzudenken. Nur die Organisationsformen sind einem ständigen Wandel unterzogen. Bis zur Wende gehörte die Teilnahme von Schülern und Lehrern zum Selbstbildnis jeder Schule, erfolgreiche Schüler wurden in Kreis- und Bezirksklubs delegiert und erfuhren dort eine intensive weitere Förderung, die unter Umständen in ihnen den Wunsch reifen ließ, sich ab Klasse 9 an einer Spezialschule für mathematisch, naturwissenschaftlich, technischen Unterricht zu bewerben. Es lag in der Natur der Sache, dass an dieser Schule die Informationen, die Förderung mathematischer Talente betreffend, zusammenliefen. Der damalige Direktor erkannte die Situation und Bedürfnisse nach der Wende am ehesten und regte die Gründung eines Komitees „Mathematikolympiaden“ an. Für die Arbeit in diesem Komitee wurden die aktivsten Organisatoren der Kreis- und Bezirksmathematikolympiade gewonnen, die zum größten Teil auch Arbeitsgemeinschaftsleiter in Kreis- und Bezirksklubs waren. In enger Zusammenarbeit mit dem „Mathematik-Olympiade e.V.“ und dem Kultusministerium wurden Bedingungen geschaffen, die diesen traditionsreichen Klausurwettbewerb in 4 nationalen Stufen ins Zentrum mathematischer Schülerwettbewerbe des Landes rückte. Es zeichnete sich aber sehr bald ab, dass die Anzahl der Schülerarbeitsgemeinschaften und die Bereitschaft der Kollegen, über ihren Unterricht hinaus auf mathematischem Gebiet tätig zu werden aus den unterschiedlichsten Gründen abnahm. Sehr viele Schüler waren insbesondere in den oberen Klassen den Aufgaben, die in der Regel auf das Erkennen mathematischer Lehrsätze in komplizierten, neuen Zusammenhängen in begrenzter Zeit ausgerichtet waren, ohne Training nicht mehr gewachsen. Für diese Schüler erschien uns eine Orientierung auf den Bundeswettbewerb verbunden mit einem Aufbautraining als geeigneter. Es erwies sich auch als notwendig, stärker an die „Ehre der Schule“ zu appellieren und somit weitere Motivationen bei Lehrern, Schülern und Eltern freizusetzen. Dem Pokalwettbewerb der Rektoren (Klasse 4-6) schlossen sich Landräte und sonstige Vertreter der Öffentlichkeit an. Er entwickelte sich verstärkt zu einem Mannschaftswettbewerb. Noch weitaus öffentlichkeitswirksamer erwies sich der europaweit ausgetragene Känguruwettbewerb. Als Ankreuzwettbewerb und auf Grund der Tatsache, dass die Aufgabenstellungen kurz und pfiffig sind und von der ganzen Familie gelöst werden könnten, erfreut er sich wachsender Beliebtheit. Ebenso könnten wir uns, wie von der Bezirksregierung Düsseldorf vorgelebt, einen Internetmannschafts-Wettbewerb für das Land M-V vorstellen. Doch, wer soll die Vorarbeit leisten? Irgendwann sind auch der Pool der ehrenamtlich Tätigen und die finanziellen Mittel für Sachkosten erschöpft.

**Christine Sikora**

Bergen

**Methoden der Bestenförderung am Ernst-Moritz-Arndt-Gymnasium Bergen**

Gekürzte Studentafeln in den mathematisch-naturwissenschaftlichen Fächern der Gymnasien in M/V vor dem Hintergrund fehlenden Nachwuchses in Industrie und Wissenschaft führte am Arndt-Gymnasium Bergen in den vergangenen 5 Jahren dazu, ein System der Bestenförderung im vorrangig mathematischen Bereich aufzubauen. Es umfasst:

1. Die außerunterrichtliche Förderung mathematischer Talente der Klassen 5 bis 12 im **Matheclub**.

Die „Matheclubs“ werden durch 3 engagierte Lehrer für alle interessierten Schüler der Klassen 5/6, 7/8 und 9-11 wöchentlich für 45 bis 90 Minuten im Rahmen des Schulvereins dieser Schule angeboten. Sie dienen der Vorbereitung mathematischer Wettkämpfe und beinhalten Ergänzungen zum Schulstoff und ein gezieltes Methodentraining.

2. Die unterrichtliche Förderung talentierter Schüler, die von Klasse 9 bis 11 eine **mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse** bilden.

Diese im 9. Schuljahr neu gebildeten Klassen dürfen Schüler des Arndt-Gymnasiums auf Antrag der Eltern nach einem Auswahlverfahren besuchen. Die Inhalte des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts orientieren sich am Rahmenplan. Die Begabungen der Schüler ermöglichen jedoch besondere Formen des Unterrichts in diesen Fächern.

**Günter Törner**

Duisburg

**Die Mathematik-Schnittstelle „Schule – Hochschule“ – Konzepte, Erfahrungen, Visionen**

In diesem Vortrag berichtet der Vortragende über Konzepte, das herkömmliche Mathematikbild bei Schülern und Schülerinnen zu verändern wie auch Einstellungen von Lehrern und Lehrerinnen offener gegenüber der Mathematik an den Universitäten zu gestalten. Dabei fließen insbesondere Erfahrungen aus dem VW-Projekt an der Universität Duisburg-Essen „Mathematik öffnen - Faszination Mathematik“ ein. Es wird deutlich und belegt werden, dass vielfach vorgängige Chancen in der Lehramtsausbildung vertan werden und insofern solche Projekte (leider) nur lokal, dann aber ermutigend greifen. Auch diverse internationale Ergebnisse in der fachdidaktischen Forschung bestätigen diese Einsicht, dass nämlich in der Lehrerausbildung die vorgängige Verschränkung von 'subject matter knowledge' und 'pedagogical content knowledge' (Ball, D. Loewenberg; Bass, H., 2000) unverzichtbar ist.

**Gerd Walther**

Kiel

**Qualitätssteigerung der mathematischen Tätigkeit von Schülern – das MATHEMA Projekt**

Geraume Zeit bevor die Befunde aus TIMSS zu den Mathematikleistungen von Schülern der Sekundarstufe I im Rahmen des BLK-Projektes „Steigerung der Effizienz des Mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts“ zur Anregung einer veränderten „Aufgabenkultur“ im Mathematikunterricht geführt haben, hat in Schleswig-Holstein das an Schüler der gymnasialen Mittelstufe gerichtete Projekt MATHEMA Ansätze zur Qualitätssteigerung der mathematischen Tätigkeit von Schülern durch entsprechende Aufgaben umgesetzt. Mit den überwiegend innermathematischen Aufgaben sollen zudem mathematische Interessen von Schülern gefördert bzw. geweckt werden.

Grundgedanke in der Konzeption von MATHEMA ist die auch von Mathematikern wie Euler, Hermite, Polya, Choquet immer wieder vertretene Auffassung von Mathematik als Tätigkeit, als Prozess. Deshalb versuchen die mathematisch möglichst substanziellen Aufgaben aus MATHEMA ein möglichst breites Spektrum mathematisch-heuristischer Aktivitäten anzuregen, ergiebig und elastisch im Hinblick auf Teillösungen, Varianten und Weiterführungsprobleme zu sein, und für Schüler einen motivierenden Einstieg zu bieten.



# Vortragende

- Adamek, Jiri 12  
Apushkinskaya, Darya 67  
Bachmann, Daniel 132  
Barinka, Arne 102  
Bartsch, Ernst 159  
Bauer, Joachim 78  
Bechtluft-Sachs, Stefan 42, 67  
Becker, Hans J. 112  
Beeley, Philip 96  
Berger, Josef 138  
Bildhauer, Michael 68  
Blunck, Andrea 32  
Boese, Fritz Guenter 82  
Bowert, Frank 12  
Brandenberg, Rene 32  
Brandstädt, Andreas 10  
Brandt-Pollmann, Ulrich 132  
Brattka, Vasco 138  
Brenner, Holger 12, 28  
Bridges, Douglas 138  
Brieden, Andreas 32  
Bruedern, Joerg 13  
Brunotte, Horst 13  
Buchmann, Boris 82  
Buhmann, Martin 102  
Bussotti, Paolo 90  
Bär, Gert 33  
Börger, Reinhard 13  
Böttcher, Björn 108  
Bücker, Martin 120, 132  
Caliebe, Amke 83  
de Castillo, Diego 117  
Charina-Kehrein, Maria 54  
Christoph, Gerd 83  
Cohors-Fresenborg, Elmar 90  
Colding, Tobias 5  
Cramer, Erhard 150  
Crauel, Hans 62  
Crombez, Gilbert 54  
Dósa, György 22  
Dahlke, Stephan 142  
Dencker, Peter 83  
Dettweiler, Egbert 84  
Doerr, Benjamin 22  
Drees, Holger 150  
Dullin, Holger R. 62  
Eberlein, Dominik 112  
Engel, Konrad 159  
Fischer, Thomas 113  
Frank, Rolfdieter 33  
Franz, Jürgen 85  
Franz, Uwe 108  
Fuhrmann, Jürgen 120  
Gallert, Heiko 160  
Gatermann, Karin 62  
Gawlick, Thomas 91  
Gebel, Michael 78  
Gerbracht, Eberhard H.-A. 96, 126  
Giannoulis, Johannes 68  
Giering, Ralf 133  
Girg, Petr 69  
Gonzalez, Francisco Javier 78  
Grieser, Daniel 42  
Grof, Jozsef 55  
Gronau, Hans-Dietrich 126  
Groves, Mark 63  
Große Rebel, Volkmar 14  
Grunau, Hans-Christoph 69  
Grütmüller, Martin 23  
Guzowska, Malgorzata 85

- Gyorvari, Janos 55  
Göbel, Silke 113  
Haroske, Dorothee D. 103  
Harrison, Jonathan 46  
Hartmann, Sven 23  
Hascoët, Laurent 133  
Hein, Georg 28  
Heinrich, Rainer 91  
Heinze, Aiso 91  
Heinze, Steffen 70  
Helmberg, Gilbert 79  
Henkel, Malte 46  
Henn, Hans-Wolfgang 92  
Henn, Stefan 142  
Henning, Klaus 161  
Herrlich, Frank 14  
Hertel, Eike 33  
Herzer, Armin 34  
Heveling, Matthias 34  
Hirsch, Tobias 28  
Hoem, Jan M. 5  
Horstmann, Dirk 70  
Horvath, Laszlo 63  
Hüsler, Jörg 150  
Hug, Daniel 34  
Hülsemann, Frank 121  
Jacob, Birgit 79  
Jagnow, Ingrid 163  
Kaibel, Volker 24  
Kasch, Friedrich 14  
Kaufmann, Edgar 151  
Kemm, Friedemann 127  
Kemper, Gregor 15  
Keyl, Michael 47  
Kiderlen, Markus E. H. 35  
Kimmerle, Wolfgang 113  
Kohlhase, Michael 113  
Kraeutle, Serge 56  
Kramer, Jürg 161  
Kramer, Linus 35  
Kreimer, Dirk 5  
Krzysztof, Bogdan 108  
Kröner, Dietmar 121  
Krüger, Tyll 47  
Kunis, Stefan 103  
Kusche, Juergen 143  
Lamm, Tobias 71  
Lampe, B. 127  
Lang, Jens 6  
Lehmann, Ingmar 92  
Lehn, Michael 121  
Leitenberger, Frank 15  
Lewintan, Alexander 162  
Lewintan, Michael 162  
Lieb, Elliot H. 6  
Liese, Friedrich 86  
Lietz, Peter 138  
Lindner, Alexander 151  
Lledó, Fernando 48  
Lutz, Frank H. 24  
Maass, Peter 143  
Maier, Thorsten 144  
Majewski, Kurt 86  
Mammitzsch, Volker 152  
Manin, Yuri I. 6  
Marohn, Frank 152  
Marquardt, Oliver 122  
Matano, Hiroshi 6  
Matzat, B. Heinrich 16  
May, Angelika 152  
Mayer, Günter 56  
Mayer, Carsten 144  
Maz'ya, Vladimir G. 7  
Mehlhaff, Frank 162  
Mendler, Viola 163  
Merkl, Franz 48  
Meyer, Christian 24  
Michel, Dominik 145  
Michel, Volker 145  
Michel, Rene 153  
Milius, Stefan 16  
Mojsiewicz, Magdalena 153  
von der Mosel, Heiko 75  
Mund, Heiko 35  
Möller, Herbert 93  
Neumaier, Nikolai 49  
Nörenberg, Rainer 114  
Oliver, Marcel 64  
Özkan, Fehmi 110  
Pach, Janos 7  
Pazderski, Gerhard 17  
Pereverzev, Sergei 146

- 
- Peyerimhoff, Norbert 49  
Pflaum, Markus 49  
Plato, Robert 147  
Pods, Sonja 42  
Popovic, Nikola 64  
Postelnicu, Tiberiu 86  
Potthast, Roland 147  
Potts, Daniel 57  
Pralle, Harm 36  
Prestin, Jürgen 147  
Purczynski, Jan 87  
Quak, Ewald 103  
Raasch, Thorsten 104, 148  
Rahmenführer, Jörg 87  
Rauhut, Holger 104  
Reiss, Rolf-Dieter 153  
Rendall, Alan 72  
Richter, Christian 36, 79  
Richter, Karin 93  
Risse, T. 128  
Röckner, Michael 88  
Roggenbuck, Robert 114  
Rohde, Christian 57  
Roller, Sabine 94, 128  
Roos, Bero 154  
Rosemeier, Frank 139  
Rost, Daniel 154  
Roßmann, Jürgen 50  
Röbenack, Klaus 134  
Rösch, Arnd 58  
Sachs, Almut 163  
Samrowski, Tatiana 72  
Sauerbier, Gabriele 128  
Scharlach, Christine 43  
Scherfner, Mike 43  
Schmidli, Hanspeter 154  
Schmidt, Rafael 155  
Schmidt, Werner H. 97  
Schmithüsen, Gabriela 17  
Schneider, Rolf 37  
Schöbel, Konrad 164  
Schott, Dieter 129  
Schulz-Baldes, Hermann 50  
Schulze, Felix 72  
Schuster, Peter M. 139  
Schwarz, Helmut 165  
Schwetlick, Hartmut 73  
Schwichtenberg, Helmut 139  
Sikora, Christine 166  
Simon, Thomas 108  
Simon, Miles 73  
Sonar, Thomas 97  
Stannat, Wilhelm 109  
Stein, Oliver 25  
Steinke, Ingo 88  
Sternberg, Julia 134  
Stippler, Alexander 122  
Strauß, Raimond 129  
Streicher, Thomas 140  
Stroppel, Markus 37  
Stute, Winfried 88  
Sudan, Madhu 8  
Suttmeier, Franz-Theo 123  
Szalkai, Istvan 25  
Tandetzky, Ralph 29  
Tasche, Manfred 105  
Teufel, Stefan 50  
Thomas, Michael 155  
Törner, Günter 166  
Uemura, Toshihiro 109  
Ullrich, Peter 97  
Unger, Luise 115  
Vanstone, Scott A. 8  
Vapnik, Vladimir 8  
Varnhorn, Werner 73  
Wachsmuth, Daniel 26  
Walther, Andrea 58  
Walther, Gerd 94, 167  
Wang, Guofang 74  
Weber, Gisela 116  
Wegner, Bernd 116  
Weickert, Joachim 59  
Wendland, Holger 105  
Wenzel, Walter 37  
Werner, Annette 18, 38  
Werth, Soeren 26  
Westdickenberg, Michael 74  
Widmann, Heinrich 135  
Winkel, Matthias 109  
Winter, Steffen 38  
Witt, Ingo 75  
Wolf, Michael M. 51

Yamamoto, Masahiro 148  
Zemskov, Serguey 18  
Zhou, Xinlong 106

Zimmer, Horst-Günter 19